

**O USO DOS RECURSOS ENERGÉTICOS, ÁGUA E ENERGIA SOLAR:  
IMPLICAÇÕES ECONÔMICAS E DECISÃO ATRAVÉS DE MODELOS DINÂMICOS**

**Por**

**Alexandre Stamford da Silva**

**Orientador:**

**Fernando Menezes Campello de Souza**

**Tese apresentada ao curso de doutorado do programa de pós-graduação em  
economia – PIMES, da Universidade Federal de Pernambuco, em cumprimento  
às exigências para obtenção do grau de doutor em economia**

**RECIFE**

**1999**

**O USO DOS RECURSOS ENERGÉTICOS, ÁGUA E ENERGIA SOLAR:  
IMPLICAÇÕES ECONÔMICAS E DECISÃO ATRAVÉS DE MODELOS DINÂMICOS**

**Por**

**Alexandre Stamford da Silva**

**Tese aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor em Economia no Curso de Pós-Graduação em Economia da Universidade Federal de Pernambuco - PIMES, pela banca formada pelos professores:**

**Orientador: Fernando Menezes Campello de Souza (PIMES/UFPE)**

**Francisco de Sousa Ramos (PIMES/UFPE)**

**Yony Sampaio (PIMES/ UFPE)**

**João Rogério Sanson (CSE/UFSC)**

**Mozart de Siqueira Campos Araújo (Diretor Pres. da CHESF)**

**Recife, 01 de outubro de 1999**

**Pernambuco - Brasil**

À minha esposa Ana Cláudia e  
aos meus filhos Alana e Rafael

# AGRADECIMENTOS

---

Gostaria primeiramente de agradecer e pedir desculpas à minha esposa e aos meus filhos pelos momentos, que não foram poucos, que tive que me ausentar.

Ao Professor, amigo, colega, conselheiro e Orientador Fernando Campello a quem devo, se não a totalidade, a maioria dos meus conhecimentos. Gostaria de expressar toda a minha gratidão pela sua amizade, dedicação e compreensão, entretanto, nenhuma palavra escrita ou falada será capaz de descrevê-las.

A meu Pai, Glynne Pomposo, filósofo em todas as áreas do conhecimento.

Ao Professor Artur Stamford pela troca de idéias.

Ao Prof. Álvaro José Pessoa Ramos, que insistiu na continuação dos meus estudos e que me fez olhar para o mundo científico.

Ao Prof. Francisco Ramos pelos debates, idéias e táticas sempre muito bem preparadas e executadas, um verdadeiro estrategista.

A Bruno Campello pelas colocações sempre pertinentes e pela ajuda.

Ao PhD Jorge Campello pela paciência de ter gasto seu precioso tempo para selecionar e enviar vários *papers* que vieram a compor a bibliografia deste trabalho.

Ao Professor de Finança João F. Gomes da Wharton School da Pennsylvania, Filadélfia que mesmo sem me conhecer teve o trabalho e a paciência de enviar me trabalhos que compuseram parte da bibliografia deste trabalho.

Aos Professores do PIMES, particularmente ao Prof. Jocildo Bezerra, Olímpio Galvão e Tarcísio Patrício pelas discussões proveitosas.

Aos meus colegas internautas Luiz Antônio Rodrigues de Oliveira, Gilberto Jannuzi da UNICAMP, Ricardo Marques Dutra do CEPTEL pelas informações virtuais.

Ao Engenheiro Elton Mello do Departamento Municipal de Água e Esgoto: Seção Medição de Porto Alegre, pelas dicas de sites nas buscas das informações preliminares da tese.

A Eliana Caram do Ministério das Minas e Energia pela agilidade no envio de informações relevantes relativas à energia do Brasil.

A Lia, secretária das mais competentes, pela sua dedicação, compreensão e resolução de problemas protocolares e outros.

A Manuela, também secretária das mais competentes, pelo apoio e paciência nos problemas burocráticos.

A Cyntia e Conceição que nunca negaram tempo para solução de problemas do dia a dia.

Aos meus colegas de doutorado, todos eles, em particular à Professora Maria Cristina Raposo e ao Professor Jorge Luiz Mariano pelas discussões, trocas de idéias e pelos conhecimentos acrescentados em decorrência delas.

Ao senhor do Universo pela matemática, que nos permite chegar cada vez mais próximos a Ele e entender o quão pequenos somos.

# RESUMO

---

Discute-se, através de um modelo dinâmico de crescimento, as implicações econômicas teóricas da interação entre energia, água e economia. Inicialmente são destacadas as diferenças e semelhanças entre o modelo apresentado e a literatura corrente. O trabalho prossegue apresentando situações energéticas, econômicas e hídricas que justificam tanto a elaboração do modelo quanto a validade de suas equações. É feito então o tratamento matemático do modelo pelo uso do Princípio do Máximo de Pontryagin, a partir do qual são obtidas as relações analíticas para duas análises propostas. A primeira análise faz uso das variáveis de controle habituais da literatura, isto é, o agente econômico decisor detém o controle das taxas de extração dos recursos escassos. Na segunda análise o agente econômico cede o controle das taxas de extração a outros agentes e passa a controlar entre outras coisas o nível de emprego no setor energético. As relações de otimalidade obtidas nas duas análises são expostas e postas em confronto. Excetuando-se algumas diferenças, as duas análises estabelecem que para a economia seguir seu curso ótimo é necessário que as fontes de energia de recursos exauríveis sejam substituídas por uma fonte de energia de recursos ilimitados, e que a água tem um uso mais nobre, economicamente falando, quando utilizada para fins não energéticos. Propõe-se então, devido às suas grandes vantagens em abundância, geração de empregos e aquecimento da economia, o uso da energia solar em substituição ao aquecimento d'água convencional.

# ÍNDICE

---

<b>RESUMO.....</b>	<b>6</b>
<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>13</b>
<b>2. DESTAQUES DA LITERATURA.....</b>	<b>15</b>
<b>3. A ENERGIA.....</b>	<b>32</b>
3.1 INTRODUÇÃO.....	32
3.2 MATRIZ ENERGÉTICA BRASILEIRA.....	34
3.3. A ESCOLHA DE UM SISTEMA ENERGÉTICO.....	37
<b>4. ENERGIA E ECONOMIA.....</b>	<b>40</b>
4.1 INTRODUÇÃO.....	40
4.2 DETERMINANTES DO USO DE ENERGIA.....	41
4.2.1 <i>Demografia</i> .....	42
4.2.2 <i>Produtividade do Trabalho</i> .....	42
4.2.3 <i>Renda</i> .....	43
4.2.4 <i>Preço da Energia</i> .....	44
4.2.5 <i>Produtividade da Energia</i> .....	45
4.2.6 <i>Incerteza</i> .....	45
4.3 CONSUMO DE ENERGIA E CRESCIMENTO ECONÔMICO.....	45
<b>5. ENERGIA E ÁGUA.....</b>	<b>48</b>
5.1 INTRODUÇÃO.....	48
5.2 ÁGUA: UMA MERCADORIA ?.....	49
5.3 AS TRANSPOSIÇÕES DE ÁGUAS DO RIO SÃO FRANCISCO.....	51
5.4 ENERGIA: UMA FUNÇÃO QUANTITATIVA DA ÁGUA.....	55
<b>6. O MODELO DA INTERAÇÃO ENTRE ENERGIA, ÁGUA E ECONOMIA.....</b>	<b>56</b>
6.1 INTRODUÇÃO.....	56
6.2 CONSTRUÇÃO DE MODELOS.....	58
6.3 A ABORDAGEM DO PROBLEMA.....	58
6.4 LIMITAÇÕES DO MODELO.....	60
6.5 O MODELO.....	62
6.5.1 <i>Notação</i> .....	63
6.5.2 <i>Identidade da Renda</i> .....	65
6.5.3 <i>Identidades de Investimento</i> .....	66
6.5.4 <i>Tecnologias de Produção</i> .....	66
6.5.5 <i>Dinâmica do Consumo das Reservas</i> .....	68
6.5.6 <i>Balanco Energético</i> .....	69
6.5.7 <i>Dinâmica da Evolução da Força de Trabalho (População)</i> .....	69
6.5.8 <i>Função Objetivo</i> .....	69
6.5.9 <i>Síntese do Problema</i> .....	70
6.6 O USO DO MODELO.....	72
6.6.1 <i>PRIMEIRA ANÁLISE</i> .....	75
6.6.1.1 <i>Condições Necessárias e Relações de Otimalidade</i> .....	75
6.6.1.2 <i>Resultados: Interpretação das Relações Obtidas</i> .....	75
6.6.2 <i>SEGUNDA ANÁLISE</i> .....	79
6.6.2.1 <i>Condições Necessárias e Relações de Otimalidade</i> .....	79

6.6.2.2 Resultados: Interpretação das Relações Obtidas.....	80
6.7 CONCLUSÕES GERAIS .....	84
6.7.1 TAXAS DE DEPRECIAÇÃO .....	84
6.7.2 FUNÇÃO DE PRODUÇÃO DE BENS NÃO ENERGÉTICOS (F) .....	85
6.7.3 PREÇO DE MERCADO DA ÁGUA .....	85
6.7.4 REGRA DE HOTELLING .....	85
6.7.5 POLÍTICA FISCAL .....	86
6.7.6 PREÇO DOS ENERGÉTICOS .....	86
6.7.7 TAXA DE EVOLUÇÃO DA FORÇA DE TRABALHO .....	86
6.7.8 FONTES DE ENERGIA ILIMITADAS .....	86
<b>7. A ENERGIA SOLAR .....</b>	<b>87</b>
7.1 INTRODUÇÃO .....	87
7.2 ASPECTOS TÉCNICOS DA ESAA .....	91
7.3 ASPECTOS ECONÔMICOS DA ESAA.....	92
7.3.1 CONTROVÉRSIAS .....	92
7.3.2 ANÁLISE ECONÔMICA .....	94
7.4 VANTAGENS DA ESAA .....	95
7.5 UM MODELO DE DECISÃO PARA O CONSUMIDOR.....	97
7.5.1 VARIÁVEIS E PARÂMETROS .....	97
7.5.2 O MODELO GERAL .....	98
7.5.3 TÉCNICA DE SIMULAÇÃO .....	99
7.5.3.1 A Técnica de Yakowitz .....	100
7.5.3.2 A Técnica Modificada de Yakowitz .....	101
7.5.4 RESULTADOS DE UMA SIMULAÇÃO.....	102
7.6 POLÍTICAS , PLANEJAMENTOS E SUGESTÕES PARA A ESAA .....	104
7.6.1 PROPOSTA 1 .....	104
7.6.2 PROPOSTA 2 .....	105
<b>8. CONCLUSÕES, COMENTÁRIOS E SUGESTÕES .....</b>	<b>106</b>
8.1 INTRODUÇÃO .....	106
8.2 COMENTÁRIOS .....	106
8.2.1 OS DADOS E O MODELO MACROECONÔMICO.....	106
8.2.2 UMA VISÃO EMPRESARIAL DA PRIVATIZAÇÃO DA HIDRELETRICIDADE.....	110
8.3 CONCLUSÕES.....	112
8.4 SUGESTÕES .....	113
8.4.1 MODELO MACROECONÔMICO: DESCRITIVO OU NORMATIVO? .....	113
8.4.2 RESTRIÇÕES À CESSÃO DA HIDRELETRICIDADE À INICIATIVA PRIVADA .....	116
8.4.3 AJUSTES NO MODELO DO CONSUMIDOR.....	117
<b>APÊNDICE.....</b>	<b>118</b>
I. O PRINCÍPIO DO MÁXIMO .....	118
II DESENVOLVIMENTO DAS CONDIÇÕES DE OTIMALIDADE .....	120
II.1 PRIMEIRA ANÁLISE.....	121
II.2 SEGUNDA ANÁLISE.....	125
III DESENVOLVIMENTO DAS RELAÇÕES CONSEQÜENTES .....	127
III.1 PRIMEIRA ANÁLISE .....	127
III.2 SEGUNDA ANÁLISE .....	129
<b>BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>132</b>



# ÍNDICE DE TABELAS

---

TABELA 1: ELASTICIDADE - RENDA MÉDIA POR PERÍODO .....	44
TABELA 2: CONSUMO DE ELETRICIDADE POR SETOR.....	90

# ÍNDICE DE GRÁFICOS

---

GRÁFICO 1: OFERTA DE ENERGIA PRIMÁRIA .....	38
GRÁFICO 2: PRIMEIRAS DIFERENÇAS.....	38
GRÁFICO 3: INTENSIDADE ENERGÉTICA .....	46
GRÁFICO 4: INTENSIDADE ENERGÉTICA BRASILEIRA .....	47
GRÁFICO 5: TÉCNICA DE YAKOWITS .....	100
GRÁFICO 6: TÉCNICA DE YAKOWITZ MODIFICADA .....	101
GRÁFICO 7: PREÇOS MÉDIOS CONSTANTES DE FONTES DE ENERGIA .....	107
GRÁFICO 8: EVOLUÇÃO DA TAXA DE CRESCIMENTO DA POPULAÇÃO .....	109

# ÍNDICE DE QUADROS

---

QUADRO 1: PRODUÇÃO E CONSUMO DE ENERGIA PRIMÁRIA 1997.....	35
QUADRO 2: EVOLUÇÃO DA DEPENDÊNCIA EXTERNA DE ENERGIA ELÉTRICA NO BRASIL.....	39
QUADRO 3: RESUMO DAS OPERAÇÕES DO PROCEL.....	45
QUADRO 4: SIMULAÇÃO 1 .....	103
QUADRO 5: SIMULAÇÃO 2 .....	103
QUADRO 6: SIMULAÇÃO 3 .....	103
QUADRO 7: QUADRO DA EVOLUÇÃO DOS PREÇOS MÉDIOS DE FONTES DE ENERGIA.....	107
QUADRO 8: EVOLUÇÃO DA TAXA DE CRESCIMENTO DA POPULAÇÃO.....	109

# ÍNDICE DE FIGURAS

---

FIGURA 1: FLUXO DE ENERGIA .....	34
FIGURA 2: TRANSPOSIÇÃO DO RIO SÃO FRANCISCO .....	53

# 1. INTRODUÇÃO

---

Há muito tempo que os recursos exauríveis são objetos de estudo. Várias contribuições já foram expostas por vários autores e novas contribuições estão sempre aflorando neste campo. As preocupações são, em geral, com minas de recursos fósseis ou lençóis de água subterrânea.

O Brasil é um país em desenvolvimento e tem uma matriz energética bastante peculiar. A energia do Brasil é muito dependente dos recursos hídricos. Entretanto, este insumo, utilizado para gerar energia, tem outros usos concorrentes. Apesar da energia hidrelétrica ser classificada como uma fonte de energia renovável, isto não a isenta de ser uma fonte de energia de recursos limitados sujeita às mesmas dinâmicas das fontes de combustíveis fósseis ou dos lençóis de água subterrânea.

O que diferencia a água como um recurso escasso, devido ao seus múltiplos usos, é o fato de que esta é usada diretamente como insumo para a produção de bens de consumo não energéticos e também como insumo para outro insumo (a energia elétrica) para então produzir novamente bens de consumo não energéticos. No caso do Brasil este problema tem alta importância, pois mais de noventa por cento da energia elétrica consumida no país provem de fontes de energia hidráulicas.

O presente trabalho propõe-se a dar os primeiros passos no sentido de se entender as implicações econômicas desta troca de águas para produção de bens de consumo não energéticos e para bens de consumo energéticos.

No capítulo 2 é feita uma revisão bibliográfica, que abrange os principais eixos das contribuições existentes.

No capítulo 3 é apresentada a matriz energética e o consumo de energia do Brasil. A dependência externa de energia e a opção do Brasil pelo sistema hidráulico também são discutidos. Este capítulo tem como objetivos: (a) Evidenciar que o *tradeoff* entre irrigação e energia elétrica

constitui um problema para países que utilizam maciçamente a hidreletricidade, em particular, o Brasil; (b) chamar a atenção para a necessidade de se estudar as implicações, em termos de desutilidades ambientais, de uma eventual substituição da energia elétrica proveniente de usinas hidrelétricas; (c) explicitar que os recursos naturais em geral são realmente limitados, apesar da falta de comprovação empírica; (d) destacar a necessidade de um estudo de substitutibilidade energética; (e) esclarecer o fato de que a energia hidrelétrica é potencialmente limitada, apesar de renovável.

No capítulo 4 são expostos os principais determinantes do uso da energia e são discutidas as influências causadas pelo consumo de energia no crescimento econômico. Neste capítulo também são apresentados alguns indicadores econômicos e seu objetivo é evidenciar que a produção de bens de consumo não energéticos é uma função, também, da energia.

No capítulo 5 comenta-se a nova lei de recursos hídricos e um dos projetos de transposição do Rio São Francisco. A água não é mais vista como um bem livre e é dotada de valor econômico. O objetivo deste capítulo é mostrar que a energia, na economia brasileira, é uma função da quantidade de água disponível e que, sendo considerada um bem com valor econômico, a água passa também a compor a lista de insumos na função de produção de bens não energéticos. Deve-se então, no planejamento do crescimento econômico, considerar as taxas de consumo de água tanto na produção de energia quanto na produção de bens de consumo não energéticos.

No capítulo 6 é apresentado o modelo central deste trabalho. O modelo é de crescimento econômico ótimo e tem como objetivo tentar esclarecer, através de duas análises, o papel do *tradeoff* entre os múltiplos usos da água e da energia.

O capítulo 7 apresenta uma sugestão de aporte energético para alterar o *tradeoff* estudado no capítulo 6. Neste capítulo é proposto um substituto para o aquecimento d'água através da energia elétrica; a energia solar. No capítulo são discutidas algumas controvérsias a respeito da viabilidade do uso da irradiação solar e é apresentado um método de simulação de um modelo matemático, que poderá futuramente servir de base para mostrar a viabilidade econômica deste uso para a energia solar.

No capítulo 8 são apresentadas conclusões, comentários e sugestões para futuros estudos.

## 2. DESTAQUES DA LITERATURA

---

O problema da escassez de recursos é um assunto que há muito preocupa os pensadores e todos aqueles que têm alguma fascinação sobre o futuro da vida humana. O economista Thomas Robert Malthus, no seu livro “*Essay on the Principle of Population (1798)*<sup>1</sup>” foi um dos primeiros a prever a estagnação do crescimento econômico pela escassez de alimento, devido a um recurso exaurível, no caso, a terra produtiva. Malthus acreditava que, como a população crescia geometricamente (pelo desejo insaciável de prazer sexual da maioria dos homens<sup>1</sup>) e a terra era fixa, a escassez de alimento, que cresceria na melhor das hipóteses aritmeticamente, seria inevitável, e propunha alguns mecanismos de controle populacional. Surgiu assim, a idéia de que os recursos naturais limitados acarretam um limite para o crescimento e para o tamanho sustentável da população.

O que Malthus não previu foi o desenvolvimento tecnológico, que veio com a revolução industrial no final do século XVIII, que elevou a produtividade do trabalho a patamares doravante inacreditáveis. Dessa forma, o “fantasma” da escassez de alimentos e a estagnação do crescimento econômico devido à limitação de terras, referente às preocupações de Malthus, foram sanadas.

Com a revolução industrial e com os posteriores desenvolvimentos tecnológicos, a indústria tornou-se altamente energointensiva; a energia passou a ser um dos principais insumos da produção, e o uso de energia alcança, nos dias de hoje, grandes proporções. Entre 1970 e 1990 o consumo de energia comercial nos países em desenvolvimento triplicou, alcançando 27% do consumo mundial

---

<sup>1</sup> apud Hunt & Sherman, 1994, p. 63 – 65

(Salant, 1995). Dessa forma, a energia foi o insumo produtivo que mais recebeu atenção nas três últimas décadas.

Das várias formas de energia usadas, a maioria, ou pelo menos as mais desenvolvidas tecnologicamente, é baseada em recursos naturais exauríveis que são fatores indispensáveis em muitos processos produtivos.

Devido aos dois choques do petróleo nos anos 70, criou-se um grande pessimismo sobre o panorama de crescimento de longo prazo. Esse pessimismo refletiu-se no meio acadêmico através da incorporação dos recursos energéticos exauríveis nos modelos de crescimento econômico ótimo (Yang, 1995). Os choques explicitaram ao mundo, e principalmente aos grandes importadores de recursos energéticos, a grande dependência da disponibilidade desses recursos. Com esses estudos foi possível compreender várias propriedades dos recursos não renováveis.

A grande preocupação, nessa época, eram as previsões de crescimento da demanda e a falta de oferta de longo prazo para atendê-la. Os recursos naturais estavam se exaurindo por serem limitados e não pelo consumo exagerado, de maneira que essa afirmação não deve ser encarada como uma visão pessimista. Stiglitz (1974a) por exemplo, concluiu que “dizer que as reservas de recursos naturais durarão uns 30 anos não é um indicativo de que o consumo dos recursos seja exagerado”, demonstrando no seu trabalho que a maioria dos recursos naturais estavam sendo consumidos a taxas eficientes (eficientes no sentido de estarem de acordo com os pressupostos do autor). Entretanto, o consumo positivo de um recurso limitado tende a exauri-lo.

Apesar dessa conclusão, as medidas atuais de escassez para os recursos fósseis não apontam, nem do ponto de vista físico nem do ponto de vista econômico, para a exaustão desses recursos. Usando o petróleo como exemplo, em termos de reservas físicas, em 1972 a sua exaustão era posta em 35 anos; 18 anos depois em 45 anos (Slade, 1987; World Resource Institute, 1994), criando uma expectativa de não exaustão entre os agentes econômicos. Dessa forma, as reservas para muitos recursos não renováveis têm na verdade aumentado, a oferta tem excedido o consumo e assim, as preocupações de exaustão não estão mais na ordem do dia.



As três variáveis econômicas mais usadas para medir exaustão de recursos naturais, conhecidas como indicadores econômicos de escassez de recursos, são: custo de extração, preço e custo de uso (preço sombra, tecnicamente falando). Esses indicadores devem sinalizar a exaustão de um recurso, segundo o princípio: “se os recursos são escassos e se os alocadores de recursos (agentes econômicos) são informados dessa escassez, então os indicadores econômicos refletirão essa escassez” ( Krautkraemer, 1998. p. 2088, nota 16). No entanto, como mencionado anteriormente, a informação de escassez não está sendo digna de crédito pelos agentes econômicos, de forma que a sinalização de escassez por esses indicadores econômicos tem falhado.

O novo foco de discussões é a utilização excessiva dos recursos fósseis, por estes afetarem negativamente o meio ambiente, poluindo rios, mares e o ar. Dessa maneira a preocupação em estudar a utilização de recursos exauríveis se dá não apenas pela falta que farão, mas também pelo mal que poderão deixar de fazer.

O que se espera, e que é atualmente o objetivo de muitos acadêmicos, é que haja uma troca de fontes de energia convencionais por fontes não convencionais ilimitadas, como a energia solar, eólica, etc. Com a incorporação desses substitutos, previsões apocalípticas de exaustão poderão ser evitadas. Essas tecnologias substitutas constituem o que se convencionou chamar, na literatura corrente, de tecnologia de *backstop*, uma tecnologia de alto custo que está disponível, à espera apenas da viabilidade econômica. Segundo Yang (1995), o conceito de tecnologia de *backstop* foi criado por Nordhaus em 1973. O conceito de tecnologia de *backstop* é intuitivo, e também é um resultado teórico. A idéia é a seguinte: à medida que um bem vai se exaurindo, seu custo e seu preço vão aumentando até o ponto em que torna-se maior que o custo da tecnologia de *backstop*; é quando esta entra no cenário econômico para garantir a continuidade do crescimento. Esse conceito foi usado por Endress e Roumasset (1994) para modificar as tão conhecidas regras de ouro, colocando-as no contexto de recursos sustentáveis. Desenvolver as tecnologias de *backstop* é tornar mais próximo o ponto de troca.

Outrossim, enquanto o problema tecnológico não é resolvido, as discussões a respeito das fontes fósseis ainda são necessárias, pois o capital investido é alto e os custos são baixos com respeito a outras tecnologias disponíveis.

Devido à desigualdade na distribuição dos depósitos desses insumos e à concentração de produção e consumo no mundo, existe um grande fluxo de recursos exauríveis nos mercados internacionais. Essa concentração geográfica e a falta de acesso ao recurso por outras empresas, impedindo estas de entrarem na indústria de extração, fazem com que esta indústria cultive elementos não competitivos (Hotelling, 1931). É necessário, em qualquer economia, obter políticas de controle para se conduzir o comportamento das variáveis relevantes dessa economia. O interesse central é o de como crescer economicamente, continuamente e da melhor maneira possível com o que se tem. Isto é, deseja-se saber qual a melhor política para um crescimento econômico ótimo; quais as condições necessárias para isso.

Vários autores já dedicaram parte de seu tempo ao estudo de modelos matemáticos para tratar da escassez de recursos. A economia de recursos naturais exauríveis originou-se com os trabalhos de Gray<sup>2</sup> (1914) e de Hotelling (1931). Gray fez a primeira análise neoclássica de conservação de recursos naturais e uma de suas principais contribuições foi a de estabelecer que a análise estática padrão era imprópria para determinar a intensidade marginal de extração de recursos exauríveis (Crabbe, 1983). Ele examinou o comportamento da oferta ao longo do tempo de um extrator individual que antecipava uma seqüência de preços reais e tentava maximizar seus lucros descontados (Salant, 1995). Dezesete anos depois Hotelling estendeu a teoria de Gray estabelecendo a seqüência de preços de mercado que Gray assumiu como dada (Salant, 1995), e escreveu: “O equilíbrio estático na teoria econômica já está bastante desenvolvido porém, não ajuda muito quando a questão central é uma reserva potencial que vai sendo consumida a uma determinada taxa. Nesse ponto várias perguntas são formuladas, perguntas essas que só podem ser respondidas

---

<sup>2</sup> apud Crabbe, 1983.

com a modelagem dinâmica”(Hotelling, 1931. p.138-139). E aconselha o uso de todo o aparato matemático que trata de problemas dinâmicos, como por exemplo, o cálculo das variações.

Ainda não era disponível para Hotelling a teoria de Pontryagin e seus colaboradores, e o famoso “Princípio do Máximo”, que só foi conhecido em 1962, com a publicação dos trabalhos de Pontryagin. Um dos principais trabalhos do referido cientista é citado em Chiang (1992, p.241), “*The Mathematical Theory of Optimal Process*”. No momento oportuno se discutirá mais sobre esse tema. Diante das limitações teóricas da época, Hotelling tratou de simplificar o máximo possível o problema, utilizando a demanda sempre na forma linear (curva de demanda estacionária), expectativas de preços iguais e sem erros (previsão perfeita) para todas as firmas, custo marginal de extração constante e independente do estoque restante e tecnologia de extração fixa. Demonstrou então, entre outras coisas, que tanto a diferença entre o preço e o custo marginal, quanto a diferença entre receita e custo marginais deveriam aumentar à taxa de desconto do mercado porém, no primeiro caso, a taxa seria de um mercado competitivo e no segundo, de um monopólio. Além disso, alguns achados de seus trabalhos ficaram bastante conhecidos, como por exemplo, o Princípio de Avaliação de Hotelling (*Hotelling Valuation Principle, HVP*) e a regra de Hotelling (*Hotelling’s rule*).

A regra ou norma de Hotelling obtida de seu modelo básico, no qual existe uma quantidade finita e conhecida de um recurso natural homogêneo, bem como um custo de extração independente do estoque restante, estabelece que o retorno de um ativo não renovável consiste inteiramente da observação do seu custo de oportunidade, descrito com mais detalhes adiante, e que o equilíbrio de mercado requer que esse custo de oportunidade cresça à taxa de juros do mercado. A regra de Hotelling é considerada um resumo da teoria dos recursos não renováveis (Krautkraemer, 1998).

O Princípio de Avaliação de Hotelling (HVP) é uma fórmula matemática bastante simples, obtida do modelo básico de Hotelling, discretizado. Ele é usado como uma forma alternativa de se testar as conclusões do modelo de Hotelling empiricamente (Davis e Moore, 1998). O HVP estabelece que o valor médio da reserva deve ser igual ao preço de venda, e essa afirmação é

independente dos preços futuros e dos custos de extração. Tendo em vista que, como dito anteriormente, o modelo original de Hotelling não considera custos de extração dependentes do estoque restante, o HVP não contém efeitos de estoque. A fórmula básica do princípio é:

$$\frac{V_0}{S_0} = (P_0 - C_0) \text{ onde } V_0 \text{ é o valor atual do estoque, } S_0 \text{ é o estoque do recurso, } P_0 \text{ o preço corrente do}$$

recurso e  $C_0$  o custo marginal unitário de extração. Muitos analistas de indústrias bem como avalistas de rendas nacionais, em seus esforços para avaliar os estoques das reservas de recursos naturais, têm usado o HVP como uma estimativa (Bureau of Economic Analysis, 1994). Vários trabalhos empíricos mostram que, na maioria dos casos, o HVP superestima o valor das reservas [Davis e Moore (1998) e Krautkraemer (1998) citam vários desses trabalhos empíricos]. Devido à falta de consistência do HVP original, existem várias sugestões, nesses trabalhos, de uma nova forma que capta mais precisamente, segundo seus precursores, a realidade observada. Cabe ressaltar que Hotelling obteve as condições necessárias, dadas as suas suposições, para que a extração fosse ótima; assim, não faz sentido testar esse modelo empiricamente desde que testes empíricos dessa natureza supõem implicitamente que os donos das reservas de recursos naturais estariam, pelo menos, tentando seguir o curso ótimo, o que pode não ser verdade. Testar empiricamente o HVP faria sentido se fosse explicitamente colocado que as empresas de extração estavam há muito tempo tentando seguir as condições de eficiência estabelecida no modelo. Então, usar-se-ia as ferramentas empíricas para avaliar se realmente isso era verdade. O modelo de Hotelling não é descritivo, não foi concebido para descrever a realidade. Ele é normativo e esclarecedor, serve para ditar regras de otimalidade e esclarecer relações que não podem ser entendidas intuitivamente (Stiglitz, 1974a).

Assim, esse autor deu início a uma grande série de contribuições nesse ramo da economia, que é bastante amplo, incluindo extração de minas de pedras preciosas, problemas em agricultura, alocação de depósito de águas subterrâneas, problemas energéticos e quaisquer outros que envolvam uma reserva potencial limitada que deve ser utilizada na produção de algum bem ou serviço.

Os trabalhos de Gray e Hotelling datam da primeira metade do século. Suas contribuições tornaram-se clássicas e seus trabalhos, particularmente o de Hotelling, é leitura obrigatória quando o assunto é exaustão de recursos.

Nas primeiras contribuições, e também em contribuições seguintes, a variável de interesse é sempre a taxa de consumo do recurso, e o seu custo de oportunidade de extração. Esse custo de oportunidade assume várias nomenclaturas, cada uma refletindo seu significado. Os mais usuais são: custo de uso (*user cost*), para refletir o decréscimo da disponibilidade futura do recurso; valor local (*in situ value*), para refletir o valor marginal do estoque do recurso no local de extração; e renda do recurso (*resource rent*) para refletir a diferença entre preço e custo marginal de extração (Krautkraemer, 1998. p. 2066). A procura nesses trabalhos é por uma taxa de extração que garanta ao máximo um crescimento continuado. Essa variável é sempre endógena aos modelos, isto é, o objetivo era indicar aos donos de minas de recursos naturais, a maneira pela qual eles deveriam extrair os recursos para terem o maior retorno possível. Quando o interesse é macroeconômico, envolvendo otimização de objetivos sociais, fica um tanto difícil tratar essa variável como endógena. Com a globalização das economias, o controle de tal variável foge das mãos dos governantes e planejadores, ou seja, essa variável deve ser tratada como uma variável exógena ao modelo, pois não se tem mais controle sobre ela, pelo menos do ponto de vista socialmente ótimo. Claro que uma intervenção governamental, com o lema “soberania nacional”, pode ditar taxas e regras para extração dos recursos. Essas intervenções, porém, serão cada vez menores devido ao rumo mundial de abertura econômica. Entretanto, isso dependerá do tipo do bem natural em questão. Existem bens que têm características bastante peculiares: é o caso da água.

A água tem várias características que fazem o setor público ter um papel mais essencial em seu desenvolvimento e gerenciamento que em outros bens, que podem ser manipulados eficientemente pelas estruturas de mercado (Dinar, Rosegrant e Meinzen-Dick, 1998). A água é geralmente um líquido, fisicamente falando. Por isso é móvel: a água tende a fluir, evaporar-se e infiltrar-se quando move-se através do ciclo hidrológico. Esta mobilidade acarreta problemas na

identificação e medição específicas de unidades do recurso. A oferta de água tende, devido a flutuações climáticas naturais, a ser variável, de maneira que os riscos de escassez e de excesso são um dos maiores problemas do gerenciamento hídrico (Young, 1996). A oferta máxima de água é fixa globalmente, porém, localmente essa oferta varia e em casos extremos pode se deslocar, deixando uma certa localidade, que tinha uma determinada oferta d'água, sem água nenhuma. Esse tipo de característica deve ser levado em conta quando se fala de projetos hídricos complexos. Economicamente a água pode ser tratada como um recurso natural com custo de exclusão alto (quando o serviço existe para um usuário, é difícil excluir os outros), isto é, os direitos exclusivos de propriedade que constituem as bases de um mercado ou de trocas econômicas, são relativamente difíceis e dispendiosos de serem estabelecidos e impostos. Dessa forma, os direitos de propriedade da água são, na maioria das vezes, incompletos ou ausentes (Young, 1996; Dinar, Rosegrant e Meinzen-Dick, 1998). Do lado da demanda a água é um recurso de usos múltiplos. Esses usos são na sua maioria competitivos, envolvendo trocas (*tradeoffs*) entre as suas utilizações. Entretanto, supondo-se que existe um gestor para o recurso, ou pelo menos para as alocações de maior peso quantitativo, é possível estudar qual a melhor forma de se tratar essa competitividade.

A dinâmica, como afirmaram Gray e Hotelling, deve estar sempre presente nos modelos de crescimento continuado na presença de recursos exauríveis. A modelagem, principalmente nas ciências sociais, é um tema bastante delicado, o que abre um grande leque para discussões das peculiaridades de cada parte, ou equação, que compõe esses modelos. Para se entender em torno do que giram as discussões acadêmicas, é necessário conhecer um típico problema de controle ótimo.

Apenas para esclarecer, existem três ferramentas principais para se modelar sistemas dinâmicos. São elas: a programação dinâmica, o cálculo das variações e a teoria do controle ótimo.

A programação dinâmica é muito abrangente, porém, seu uso mais simples é em problemas de tempo discreto. Os princípios da programação dinâmica foram concebidos pelo matemático americano Richard Bellman em 1957. Apesar de bastante geral, a programação dinâmica, quando se trata de problemas de tempo contínuo, envolve procedimentos matemáticos muito avançados; em

particular, utiliza equações diferenciais parciais para a sua solução, o que torna o seu uso bastante árduo.

O cálculo das variações nasceu no século XVII, e teve como um dos seus pioneiros Isaac Newton, que resolveu um problema de cálculo das variações e o publicou em 1687 no livro *Principia Mathematica Philosophiae Naturalis*. Os matemáticos Leibniz, John Bernoulli e James Bernoulli, também resolveram problemas de natureza similar ao de Newton. O cálculo das variações ainda é bastante utilizado, porém, o estudo continuado de problemas variacionais conduziu ao desenvolvimento de um método mais moderno, qual seja, o da teoria do controle ótimo.

A teoria do controle ótimo é uma generalização moderna do cálculo das variações (Chiang, 1992) devida aos trabalhos do matemático russo Lev Semenovich Pontryagin, que brindou a ciência com o seu conhecido “princípio do máximo”. Aos 14 anos de idade Pontryagin sofreu um acidente que o deixou cego por toda a vida. Sempre trabalhou com topologia, provando, inclusive, em 1934, um dos problemas propostos por Hilbert no ano de 1900. Em 1952 Pontryagin mudou completamente a direção de suas pesquisas. Ele começou a estudar problemas de matemática aplicada, em particular estudando equações diferenciais e teoria do controle. Em 1962 publicou *The Mathematical Theory of Optimal Processes* com outros autores, e seu trabalho, é hoje, o mais simples e significativo desenvolvimento na teoria do controle ótimo (Iyanaga e Kawada, 1980). A aplicação da teoria do controle ótimo aos estudos de economia contribuiu para que vários resultados, teóricos e práticos, que antes não poderiam ser formulados, o fossem. A teoria do capital, então tratada pelo cálculo das variações, transformou-se tão profundamente, com a nova roupagem, que se convencionou chamá-la de teoria do crescimento, sendo o princípio do máximo o teorema fundamental da teoria do controle ótimo (Dorfman, 1969), e por conseguinte da teoria do crescimento. Com isso a utilização da teoria do controle ótimo tornou-se freqüente nas análises econômicas. Toda a bibliografia referenciada neste trabalho, que expõe algum modelo matemático dinâmico, o trata nos termos do Princípio do Máximo, embora algumas não façam referências explícitas a este fato.

De certa forma, as três ferramentas brevemente descritas acima, são equivalentes. Aqui utiliza-se o procedimento da teoria do controle ótimo, como faz a maioria dos autores que trabalham com modelos matemáticos de crescimento econômico.

Um problema típico da teoria do controle ótimo tem a seguinte forma geral: uma função objetivo que deve ser maximizada; as equações que restringem a função objetivo que podem ser equações diferenciais (que regem os movimentos do sistema, por isso mesmo determinam onde encontra-se o sistema, em que estado ele está; o grupo de variáveis dinâmicas que compõem essas equações é chamado de variáveis de estado do sistema) ou equações de igualdade (que impõem algum conceito conhecido do problema ou algum balanço que deve ser atendido pelo sistema); e as condições de transversalidade (condições de contorno, ou seja, condições iniciais e finais). Além disso, devem ser especificadas as variáveis de controle com o objetivo de evidenciar quais as variáveis que serão manipuladas pelo agente através de normas ou políticas.

A função objetivo deve contabilizar os retornos obtidos pelo agente em questão. Como o próprio nome sugere, deve refletir o principal objetivo do agente. As restrições sinalizam o conjunto viável pelo qual poderão passar os valores da função objetivo; ela delimita o espaço de ações do agente. As condições de transversalidade fornecem informações de onde está se partindo e onde e como deseja-se chegar; estas condições podem ser ou não restritivas aos objetivos do agente.

O princípio do máximo transforma o problema, no seu formato original, em um problema equivalente que é matematicamente mais fácil de ser tratado. Para isso é necessário saber quais são as variáveis de estado, por simples inspeção das equações originais; e quais as variáveis de controle, que é uma escolha do indivíduo que se propõe a modelar o fenômeno. A aplicação do princípio do máximo expõe as condições de otimalidade através de derivações da nova função objetivo e de outras condições de transversalidade equivalentes às originais. Um boa interpretação econômica do princípio do máximo aplicado à economia, para uma única variável de controle e uma única variável de estado, é exposta em Dorfman (1969). Para uma visão mais completa veja a parte três de Chiang (1992).



As aplicações do princípio do máximo na teoria econômica tornaram-se bastante extensas, infiltrando-se em vários ramos da economia. Este trabalho tratará das aplicações em modelos de recursos exauríveis, cujo agente econômico é a sociedade ou um decisor de políticas macroeconômicas. Em tais modelos o interesse é maximizar o bem estar social sujeito às restrições de acumulação de capital, crescimento da força de trabalho e esvaziamento do estoque disponível do recurso, ou dos recursos. Esta é a forma padrão, que pode variar em muitos pontos através de várias suposições. Abaixo são abordados alguns pontos de controvérsias importantes que fazem com que a forma padrão seja observada de vários pontos de vista.

Na otimização de modelos que incluem recursos exauríveis, cujo agente é a sociedade, surge, como uma das principais discussões, a forma da função objetivo. Essa discussão diz respeito à forma como a utilização dos recursos é feita pelas várias gerações. O que se discute é uma das suposições implícitas na teoria do crescimento econômico ótimo, de que os indivíduos são todos iguais, não só na geração atual mas em todas as gerações futuras. Ou seja, a geração atual se sente igualmente satisfeita em poupar uma quantidade de recurso para a geração futura, ou em consumir o recurso hoje, contanto que esse consumo para a geração futura seja descontado a uma determinada taxa de juros. Assim, as gerações são hipoteticamente indivíduos semelhantes e com os mesmos interesses. Essa hipótese implícita foi rotulada por Solow (1974) como sendo utilitariana no sentido acima descrito, e atribuída, principalmente, a Frank Ramsey. O que Solow (1974) discute em seu trabalho é se as críticas de Rawls (1971)<sup>3</sup>, que sugere uma distribuição igualitária entre gerações utilizando o critério maximin, tem implicações contundentes à abordagem utilitariana. O critério maximin preocupa-se em encontrar o maior consumo constante possível que possa ser mantido para sempre, ou de outra maneira, maximizar a utilidade de todas as gerações é o mesmo que maximizar a utilidade apenas da geração mais pobre. A conclusão de Solow é que utilizar o critério maximin nos modelos utilitarianos não provoca grandes reversões nos princípios básicos. Além disso, uma crítica que inviabiliza a troca da abordagem utilitariana por esse tipo de critério, diz respeito ao grande e

---

<sup>3</sup> apud Solow (1974)

inexplicável estoque de capital que uma economia deve ter para que a pobreza não seja perpetuada, isto é, o critério maximin é inteiramente dependente das condições iniciais da economia. Quando a economia já for rica, ela permanecerá rica; se for pobre, permanecerá pobre. Fica então difícil, principalmente para países em desenvolvimento, adotar qualquer condição de otimalidade sugerida pela análise de um modelo baseado nesse princípio. Apesar das críticas, o critério é analisado em vários trabalhos posteriores, como critério de comparação. A abordagem do critério maximin pode ser vista em Solow (1974), Endress e Roumasset (1994), Castro e Pereira (1996), e outros. Para uma abordagem e exemplos na estrutura utilitariana veja Hotelling (1931), Dorfman (1969), Intriligator (1971), Dasgupta & Heal (1974), Stiglitz (1974a e 1974b), Romer (1986), Grossman & Helpman (1991), Chiang (1992), Geldrop e Withagen (1993 e 1994), Endress e Roumasset (1994), Yang (1995), Campello de Souza (1997) e Farzin (1999).

A evolução da força de trabalho, muitas vezes tratada como população, é outro ponto de controvérsias. A abordagem padrão neoclássica para a dinâmica da população, ou força de trabalho, é que ela tenha uma taxa de crescimento exponencial. Essa troca entre população e força de trabalho que é feita em modelos neoclássicos sem muitas explicações, se dá devido à hipótese básica de pleno emprego. Tanto Solow (1974) quanto Stiglitz (1974a), Dasgupta & Heal (1974) e Edmonds (1985) afirmam que desde o tempo de Malthus trabalhos empíricos endossavam o crescimento exponencial da população. Entretanto, países desenvolvidos apresentam taxas de crescimento populacionais que já não apoiam a hipótese, sendo essa ainda uma boa aproximação para países em desenvolvimento ou para outros, que ainda não atingiram seus limites (Solow, 1974). Solow afirma ser “ridícula” essa suposição pois, sabe-se que a população não pode crescer para sempre. Como o autor trata seus modelos para países desenvolvidos, assume uma população dada. Dasgupta & Heal (1974a e b) também assumem uma população dada, porém, o motivo pelo qual fazem isso é devido a acreditarem na necessidade de uma política de controle populacional, e o modelo desses autores parte da premissa de que a sociedade por eles tratada já discutiu e aceitou, como política ótima, uma taxa de crescimento populacional nula. Vários autores [Dorfman, 1969; Intriligator, 1971; Stiglitz,

1974a e 1974b; Chiang, 1992; Yang, 1995; Campello de Souza, 1997; Farzin, 1999] absorvem a hipótese de crescimento exponencial sem maiores discussões. Decerto tratam de economias em desenvolvimento. Existe ainda a possibilidade de se driblar essas controvérsias simplesmente mascarando, através de unidades *per capita*, o crescimento populacional (como fazem Endress e Roumasset, 1994), ou supondo que a função de produção, no caso discutido, não é afetada de maneira considerável pela variação desse insumo (Romer, 1986; Geldrop e Withagen, 1993 e 1994).

Quanto à acumulação de capital não há grandes controvérsias. A taxa de depreciação do capital é exponencial, e isso é um dado técnico, não há o que discutir, a não ser em casos muito especiais. Essa suposição é assumida ou não, dependendo da proposta de cada autor. A maioria dos autores quando não fazem uso da depreciação deixam bem claro que não estão assumindo depreciação de capital para simplificar o tratamento matemático do modelo (Hotelling (1931), Solow (1974), Dasgupta & Heal (1974), Stiglitz (1974a e 1974b), Romer (1986), Geldrop e Withagen (1993 e 1994), Farzin (1999)). Os demais autores citados, que usam modelos dinâmicos em suas abordagens, assumem a depreciação de capital.

Por fim, a dinâmica de uso do recurso exaurível não tem causado discussões.

Este trabalho fará uso da estrutura utilitariana, assumirá crescimento exponencial da força de trabalho e depreciação exponencial de capital. O uso da estrutura utilitariana justifica-se pela intenção de propor condições de otimalidade que não sejam demasiadamente sensíveis às condições iniciais; primeiro porque o Brasil, espera-se, ainda não tenha capital suficientemente grande que justifique a aplicação do princípio maximin, isto é, a quantidade de capital atual não deve ser perpetuada às gerações futuras; segundo porque espera-se também que o nível econômico da sociedade, ou do indivíduo médio, eleve-se gradativamente. Pelo fato do Brasil ser um país em desenvolvimento o crescimento exponencial da força de trabalho é assumido por hipótese e por observação (BEN1998). A hipótese de depreciação de capital justifica-se pelo modelo ser de longo prazo.

Estabelecidas as hipóteses do modelo e especificados todos os elementos do problema, é possível então aplicar o princípio do máximo e obter as condições de otimalidade para que as decisões, sintetizadas nas variáveis de controle, sejam de tal forma que maximize o funcional objetivo. Isto será feito mais detalhadamente no capítulo onde será apresentado “O Modelo da Interação Entre Energia, Água e Economia”.

O trabalho difere dos demais trabalhos encontrados na literatura por tratar da troca entre água não energética, para consumo industrial ou de irrigação, e água para a geração de energia. Enquanto os modelos na literatura examinada tratam de recursos exauríveis isoladamente, o trabalho aqui apresentado trata de recursos energéticos exauríveis e não exauríveis (novas energias), sendo que a produção de um desses recursos exauríveis é função de outro recurso exaurível que não possui substitutos. As tecnologias de uso dos recursos não exauríveis não serão colocadas como sendo de *backstop*, como se faz na literatura corrente. Endress e Roumasset (1994), supõem uma tecnologia geral de *backstop* para que o equilíbrio das suas regras de ouro modificadas seja preservado no longo prazo. Yang (1995), utiliza a tecnologia de *backstop* como uma barreira ao crescimento exponencial do preço para o qual tendem os recursos exauríveis quando as reservas vão sendo consumidas. Darrell, Roumasset e Wilson (1997), utilizam a dessalinização como tecnologia de *backstop* e supõem que a reserva de água subterrânea é próxima da costa marítima. Nordhaus (1973)<sup>4</sup> é o precursor da tecnologia de *backstop*. Aqui supõe-se que essas energias estão aptas para serem utilizadas como substitutas das energias de recursos naturais exauríveis. A pretensão é obter políticas para os dois tipos de energia, exauríveis e não exauríveis.

A energia hidrelétrica usa a água como insumo para a geração de energia elétrica e é usada como insumo para a produção de bens de consumo. Isso significa que a produção de bens de consumo é função da energia que por sua vez é função da quantidade de água por ela utilizada. Por outro lado, a produção também é função direta da água, isto é, a água entra também como um insumo da produção de forma explícita. Não se utiliza nenhuma tecnologia de *backstop* para a água,

---

<sup>4</sup> apud Yang (1995)

como por exemplo a dessalinização (Darrell, Roumasset e Wilson, 1997), porque o local da troca é suposto distante o suficiente da costa marítima, para que tal tecnologia torne-se viável, do ponto de vista econômico, mesmo no longo prazo. A água é renovável, porém ela tem uma escassez caracterizada pela velocidade do ciclo hidrológico. A sua multiutilização pode ser decidida de várias maneiras. No modelo proposto o estoque de água deve decrescer com o passar do tempo de forma que a água é tratada como um recurso exaurível como qualquer recurso natural. Essa suposição é plausível pois, a longo prazo a demanda por água irá aumentar, tanto devido ao desenvolvimento econômico quanto ao crescimento demográfico. Dessa maneira, apesar de ser um recurso renovável, será de reserva declinante no sentido acima descrito.

Deve-se esclarecer que o modelo em questão analisa locais, ou economias, onde a alocação das águas constitui um problema, isto é, o ponto de troca é onde a oferta de energia hidrelétrica é afetada pela utilização da água para outros fins; esse é o caso de vários locais no Brasil, particularmente no Nordeste. Além disso a energia hidrelétrica tem uma grande participação na matriz energética brasileira, com um percentual de 43,5% (BEN1998). Assim, tudo o que afeta a geração hidrelétrica compromete uma das principais fontes de energia do sistema energético brasileiro.

O modelo tratado aqui também faz uso de múltiplas variáveis de estado e de controle, o que pode causar algumas dificuldades técnicas de manuseio matemático, porém, pela escolha apropriada dessas variáveis é possível se obter propriedades qualitativas das decisões (Stiglitz, 1974a; Dasgupta & Heal, 1974). A solução analítica das equações é difícil de se obter, mas as condições de eficiência podem ser obtidas (Yang, 1995).

O presente trabalho tem como ponto de partida o modelo proposto por Campello de Souza (1997), que tem como sistemática principal destacar explicitamente um determinado setor da economia; o energético em particular. O modelo deste autor é mais um dos muitos trabalhos que tratam separadamente a temática energético – econômica, não incluindo explicitamente o setor da água não energética. Além disso o modelo do referido autor trata do problema de tecnologias em

evolução, através da utilização da função “*Learning by Doing*” (Arrow, 1969), e chega à conclusão de que estas tecnologias necessitam de incentivos financeiros do governo para tornarem-se competitivas. O diferencial do trabalho é o uso de variáveis de controle não convencionais. O autor chega também à conclusão de que as empresas de recursos exauríveis devem pagar uma taxa pela utilização dos recursos.

Afora algumas equações canônicas, especificamente a função de bem-estar, a equação do consumo das reservas, a equação de evolução da força de trabalho e as identidades do investimento para os vários setores, todas as outras equações, funções e igualdades sofreram algum tipo de modificação quando se explicitou o setor água no modelo. Assim, por exemplo, ao invés da utilização da função de aprendizado de Arrow, usou-se a neutralidade de Hicks, a qual só é justificada para que a hipótese clássica de que a função de produção seja dependente apenas do capital e do trabalho, não fosse violada. Com relação aos resultados, a neutralidade referida não é restritiva em nenhum aspecto e pode até ser descartada após a demonstração de que tais resultados, com o modelo neoclássico apresentado, são válidos. A função de aprendizado foi retirada por não acrescentar nenhum resultado extra ao presente estudo. Mesmo sem esta função, alguns resultados mostraram-se consistentes com a reformulação no caso onde se usa a análise com as mesmas variáveis de controle do modelo original. As variáveis de controle em Campello de Souza (1997) constituem a parte do modelo aproveitada sem modificações para a segunda análise feita no trabalho atual. Além destas variáveis, o presente trabalho utiliza as variáveis mais comuns na literatura e põe os resultados das duas análises em confronto. Os resultados dessa abordagem faz surgir diante dos olhos várias possibilidades de estudos, várias respostas a questões antigas e várias interrogações ainda sem respostas.

Quanto à natureza dos modelos, estudados nos capítulos 6 e 7, note-se que um é do tipo macroeconômico e o outro microeconômico, respectivamente. De fato o modelo do capítulo 6 considera grandes níveis de agregação, leva em conta a taxa de juros, as identidades do investimento e da renda, a evolução da mão de obra e a função de produção agregada. Trata-se de um modelo de

crescimento econômico, com instrumentos específicos de política. O modelo do capítulo 7 considera um decisor individual e compara duas alternativas de investimento, uma em energia convencional (chuveiros elétricos ou resistências elétricas) e outra em aquecedor solar.

# 3. A ENERGIA

---

## 3.1 INTRODUÇÃO

Em sua definição mais corriqueira, energia é a capacidade de se produzir trabalho. Entretanto, a utilização do conceito é bastante variada e algumas vezes equivocada, dependendo do objetivo que se tem em conta (Theis, 1996).

Existem várias formas de se classificar os recursos energéticos. Uma possível classificação é distinguir entre energia primária, secundária e de uso final, sendo a energia primária aquela em sua forma bruta, a secundária um estágio entre a primária e seu uso final, representando este último a energia primária já convertida em energia que pode ser utilizada por equipamentos de capital para produzir trabalho ou calor (Edmonds e Reilly, 1985). Dessa forma a energia primária pode ser vista como a matéria prima, a secundária como a tecnologia e a energia para uso final como o produto. Assim sendo, a energia primária será considerada como o insumo para a produção, pois as várias fontes de energia indicam o potencial energético de um determinado sistema.

Outra maneira de se classificar recursos energéticos é pela sua forma contábil, isto é, comercial e não comercial. Pode-se classificar por regeneração dos recursos; energia de recursos renováveis e energia de recursos não renováveis; por disponibilidade do uso de recursos; energia de recursos restritos, energia de recursos ilimitados ou não restritos; por estado tecnológico; fontes energéticas convencionais e não convencionais. Entende-se por fontes energéticas convencionais aquelas cuja tecnologia está completamente desenvolvida a custos considerados aceitáveis pelos padrões atuais de consumo e por não convencionais aquelas cuja tecnologia já está demonstrada, mas ainda apresenta problemas de aceitação na sociedade moderna, quer por razões econômicas, quer por não se conciliarem com os padrões aceitos de consumo (Goldemberg, 1979).



Utilizam-se aqui várias dessas classificações dependendo das diferenças que se quer analisar em cada ocasião. Em última análise, a distinção será pelos aspectos tecnológicos e pelas limitações dos recursos, que constituem as discussões mais relevantes do trabalho.

Distingue-se, assim, três tipos genéricos de oferta de energia primária:

- (i) Energia convencional de recursos restritos
- (ii) Energia convencional renovável de recursos restritos
- (iii) Energia não convencional de recursos ilimitados

No primeiro grupo encontram-se a maioria dos energéticos atualmente em uso, como o petróleo e seus derivados, o carvão vegetal, o carvão vapor e o carvão metalúrgico. No segundo grupo encontram-se a energia hidrelétrica, lenha e produtos da cana-de-açúcar. E finalmente no último grupo a grande maioria das energias não convencionais como energia solar, eólica e nuclear (urânio). Esta classificação tem como base a matriz energética brasileira que será examinada mais detalhadamente na seção 3.2.

Este capítulo tem como objetivo:

- (a) Evidenciar que o *tradeoff* entre irrigação e energia elétrica constitui um problema para países que utilizam maciçamente a hidreletricidade, em particular, o Brasil.
- (b) Chamar a atenção para a necessidade de se estudar as implicações, em termos de desutilidades ambientais, de uma eventual substituição da energia elétrica proveniente de usinas hidrelétricas;
- (c) Explicitar que os recursos são realmente limitados, apesar da falta de comprovação empírica.
- (d) Destacar a necessidade de um estudo de substitutibilidade energética.
- (e) Esclarecer o fato de que a energia hidrelétrica é potencialmente limitada, apesar de renovável.

Na seção 3.3 é salientada a importância da escolha de um sistema energético e a opção do Brasil.

## 3.2 MATRIZ ENERGÉTICA BRASILEIRA

O levantamento energético do Brasil é feito pelo Ministério das Minas e Energia (MME) através do Balanço Energético Nacional (BEN). Os dados de que se fala aqui são referentes ao BEN1998, que contém os dados atualizados de 1981 a 1997, e ao BEN1997, que contém os dados atualizados de 1980 a 1996, além de algumas outras informações e análises. Encontram-se também os balanços energéticos consolidados de 1970 a 1997.

A estrutura que compõe o BEN pode ser resumida através da figura 1.

Nota-se que o fluxo de energia é dividido em quatro etapas: ENERGIA PRIMÁRIA, TRANSFORMAÇÃO, ENERGIA SECUNDÁRIA e CONSUMO FINAL TOTAL. As definições e maiores detalhes podem ser encontrados no próprio BEN1998, que pode ser obtido no MME ou via internet no endereço <http://www.mme.gov.br>.

### ESTRUTURA DO BALANÇO ENERGÉTICO NACIONAL

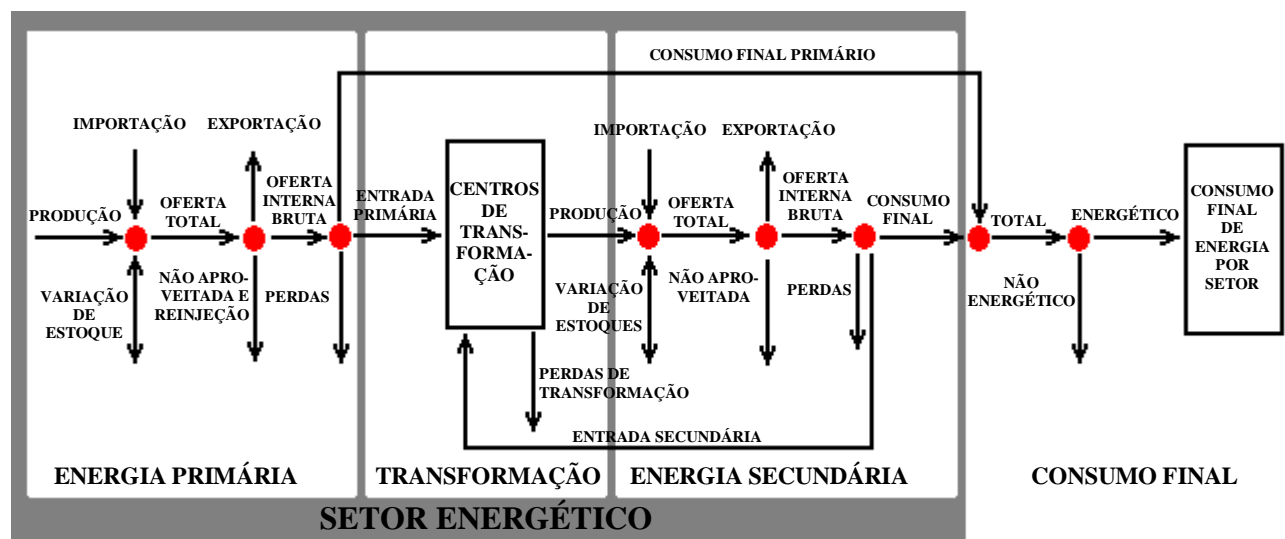


Figura 1

O quadro 1 resume as principais fontes primárias da Matriz Energética brasileira, suas produções e seus consumos.

**Observação:** Devido a inseparabilidade das informações, para utilização da classificação proposta na introdução, utilizou-se no quadro 1, a classificação convencionada no Balanço Energético Nacional.

## PRODUÇÃO E CONSUMO DE ENERGIA PRIMÁRIA - 1997

FONTES	PRODUÇÃO		CONSUMO	
	1000 tEP	%	1000 tEP	%
<b>ENERGIA PRIMÁRIA NÃO RENOVÁVEL</b>	<b>54453</b>	<b>29,3</b>	<b>95770</b>	<b>42,1</b>
PETRÓLEO	42777	23,0	71124	31,3
GÁS NATURAL	9549	5,1	6317	2,8
CARVÃO VAPOR	2070	1,1	1999	0,9
CARVÃO METALÚRGICO	57	0,0	9146	4,0
URÂNIO (U3O8)	0	0,0	7184	3,2
<b>ENERGIA PRIMÁRIA RENOVÁVEL</b>	<b>131508</b>	<b>70,7</b>	<b>131509</b>	<b>57,9</b>
ENERGIA HIDRÁULICA	80929	43,5	80929	35,6
LENHA	21908	11,8	21909	9,6
PRODUTOS DA CANA-DE-AÇÚCAR	25568	13,7	25568	11,2
OUTRAS FONTES PRIM. RENOVÁVEIS	3103	1,7	3103	1,4
<b>TOTAL</b>	<b>185961</b>	<b>100,0</b>	<b>227279</b>	<b>100,0</b>

\* Fonte: BEN1998

**Quadro 1**

Nota-se a intensa participação, tanto na produção quanto no consumo, da energia hidráulica como fonte primária de energia renovável e a participação do petróleo como principal fonte não renovável. O Brasil produz mais e consome mais energia elétrica que petróleo. Os intensos investimentos em energia hidráulica, em anos anteriores, explicam a situação atual. Naquela época, era adotada uma política de independência energética (Leite, 1997). Em outros países, como os Estados Unidos da América, as participações do petróleo (38,24%) e da energia hidráulica (4,19%) são bastante diferentes (U.S. Department of Energy, 1997), o que leva a crer que o *tradeoff* entre irrigação e energia elétrica naquele país possa não constitui um problema de grande relevância.

A geração de energia elétrica através de usinas hidráulicas é potencialmente limitada. Não se pode construir usinas em qualquer lugar e com a potência que se deseja; a disposição geográfica é fundamental para a decisão: “onde e quanto”. Já outras tecnologias não são dependentes das disposições ambientais. Elas podem afetar negativamente o meio ambiente mas, não são potencialmente limitadas, a não ser financeiramente como no caso das centrais termelétricas. Entretanto, houve um grande desenvolvimento em tecnologias de baixo custo para geração de energia elétrica, principalmente de centrais térmicas, com a grande queda dos preços do gás natural

(Ribeiro Filho, 1997). Junta-se isto à forte tendência à privatização e ver-se-á que a geração de energia elétrica através de usinas hidrelétricas, se encontrará numa situação de substitutibilidade crescente. Não é o caso dos investimentos já realizados; estes terão retornos ainda por muito tempo.

A preocupação maior, como já mencionado, não é a escassez de recursos e sim o uso excessivo de energia poluente. De acordo com Leite (1997), a construção de uma usina hidráulica para a geração de energia elétrica tem vários fatores negativos: 1) deslocar grandes populações; 2) inundação de áreas com ecossistemas já desenvolvidos; 3) diminuição da qualidade local da água; 4) e outros. A imprensa em geral tem chamado a atenção à questão da produção de dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>), que estaria relacionada diretamente ao efeito estufa e às chuvas ácidas, e que portanto constituir-se-ia num problema universal, qualquer que seja a localização geográfica de sua origem. Há de se verificar com mais cuidado, empiricamente, essa hipótese, pois, como exposto anteriormente, há uma substitutibilidade econômico-financeira mas, poderá não haver uma substitutibilidade econômico-sustentável, no sentido de permanência de vida humana no planeta.

Energias não convencionais não são referenciadas na matriz tecnológica; suas participações são muito baixas. Somadas a outras, chegam a 1,4%. No modelo matemático apresentado adiante ver-se-á que os lucros dos agentes econômicos responsáveis pela distribuição e venda de energia não renovável não são alocados apropriadamente. Tais agentes não pagam pela diminuição das reservas desses recursos energéticos. Isto, como já se discutiu, é conseqüência das falhas empíricas dos indicadores de escassez e do aumento do potencial de reservas para muitos recursos. Entretanto é um tanto óbvio que essa impressão de abundância no longo prazo cessará com a inevitável redução de reservas e conseqüente escassez de matéria-prima para a geração de energia; em conseqüência, a elevação dos preços será contínua e irreversível (Hotelling, 1931). Quem perceber e agir primeiro terá alguma vantagem sobre os demais. Obviamente que a imprevisibilidade desses eventos é grande e os riscos das ações envolvidas devem ser calculados da melhor maneira possível.

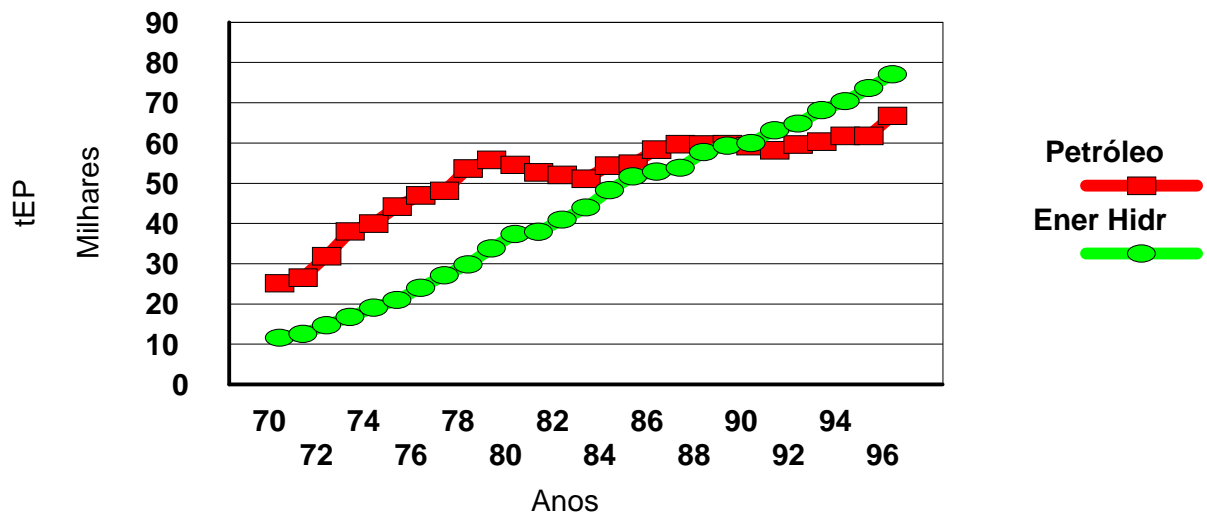
### 3.3. A ESCOLHA DE UM SISTEMA ENERGÉTICO

As fontes primárias de energia, e as tecnologias necessárias para utilizá-las, constituem um sistema energético. A escolha de um sistema energético é um problema bastante complexo e naturalmente pleno de aspectos sociais, econômicos e políticos (Campello de Souza, 1997). As diversas opções energéticas disponíveis e a constante evolução de tecnologias de utilização, faz com que qualquer tentativa de explicitar, sem um estudo adequado, as vantagens e desvantagens de cada opção, torne-se uma tarefa longe de ser trivial. O planejamento requer um minucioso estudo de longo prazo. Dependendo das composições energéticas de cada economia, o mercado de energéticos tem comportamentos diferentes. “As fontes convencionais de energia, com suprimento limitado, criam uma *commodity* altamente capitalizável e um mercado relativamente ávido e impaciente. Já as fontes não convencionais, com suprimento ilimitado, por não serem mercadorias escassas e em extinção, não estão sujeitas às forças de mercado nem à política externa” (Campello de Souza, 1997).

No Brasil, como mostrado na seção da matriz energética nacional, a opção do país foi clara. Optou-se pela energia elétrica por geração hidráulica. Primeiro por uma questão de disponibilidade, e também, foi uma atitude emergencial para tentar escapar da dependência do petróleo (Leite, 1997). A oferta de energia hidráulica superou a de petróleo no ano de 1990 como resultado dos grandes investimentos nos anos anteriores, aumentando seu domínio nos anos seguintes, como mostra o gráfico 1.

Apesar dessa atitude ter sido a mais acertada, enfrenta-se, atualmente, o problema da super utilização dos recursos hídricos. Note-se, no gráfico 2, que nos anos subseqüentes aos choques do petróleo de 1973 e 1979, os incrementos em energia hidráulica algumas vezes superam os do petróleo. Entretanto, devido ao longo tempo de maturação das usinas hidrelétricas, os esforços sofrem alguns retardos no tempo.

## Oferta de Energia Primária



\*Fonte: BEN1998

Gráfico 1

## Primeiras Diferenças

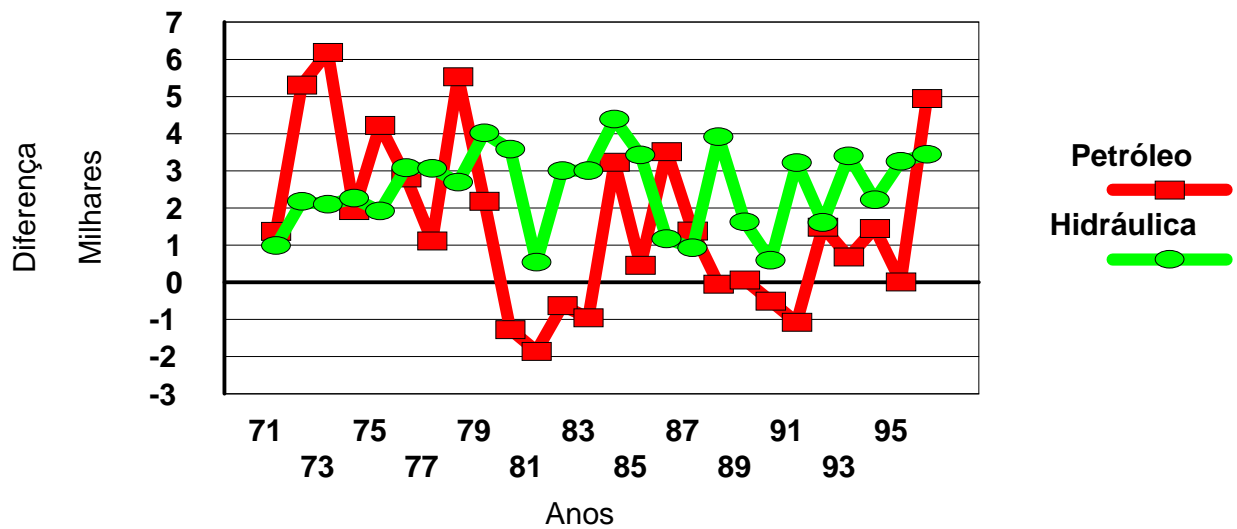


Gráfico 2

Devido à queda permanente no preço do petróleo, os investimentos em usinas hidráulicas foram reduzidos (Leite, 1997). Entretanto, devido à crescente demanda, desde 1985 o Brasil tornou-se importador de energia elétrica e o nível de dependência aumenta a cada ano, como mostra o

Quadro 2 (BEN1998). Esse fato realça a importância de se fazer análises de substitutibilidade na área energética.

### EVOLUÇÃO DA DEPENDÊNCIA EXTERNA DE ENERGIA ELÉTRICA NO BRASIL

Ano	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97
Gwh	1.913	10.292	16.803	17.943	22.106	26.538	27.080	24.014	27.550	31.767	35.352	36.558	40.470
%	1	4,8	7,6	7,7	9,1	10,6	10,4	9	9,9	10,9	11,4	11,2	11,6

\* Fonte: BEN1998

#### Quadro 2

A energia hidráulica é caracterizada como uma fonte renovável, porém, as potencialidades dessa fonte são limitadas pelos usos múltiplos de sua matéria-prima, a água, e pela localização geográfica dos rios. Isso caracteriza a energia hidráulica como renovável mas, potencialmente limitada. Quando seu limite for atingido, isto é, quando as disponibilidades geográficas forem exauridas, será necessário um substituto para manter o nível de crescimento (Endress e Roumasset, 1994). Atualmente, o substituto mais próximo são as usinas termelétricas, que por sua vez carregam aspectos negativos, com relação ao meio ambiente. Possivelmente, no médio e longo prazo, ter-se-á substitutos com características mais desejáveis. Essa afirmativa pede a introdução de um sistema de retardo de substitutibilidade, que pode ser feito através da racionalização da utilização do insumo básico da energia elétrica no Brasil, que é a água.

No mercado energético, muitos usuários estão em condições de substitutibilidade, sobretudo aqueles que usam energia sob a forma térmica e para isso existem alternativas viáveis, como os aquecedores solares (Campello de Souza, 1997). O estímulo ao uso de tais substitutos “amenizadores” pode criar o retardo necessário ao substituto definitivo.

# 4. ENERGIA E ECONOMIA

---

## 4.1 INTRODUÇÃO

A revolução industrial, a descoberta dos semicondutores, a revolução da informática, os avanços nas áreas de telecomunicações e muitos outros desenvolvimentos tecnológicos e científicos, criaram um mercado com novos hábitos de consumo na sociedade moderna, particularmente de consumo de energia. A disponibilidade de recursos energéticos sempre esteve vinculada ao desenvolvimento das sociedades industrializadas. “A busca destes recursos e sua exploração ao longo do século interferiram marcadamente na estrutura das sociedades envolvidas. Estilos de vida, relações de produção, uso do tempo e as modificações ambientais foram impactadas pelo desenvolvimento do mercado de consumo energético” (Fideles da Silva, 1997).

Estas mudanças interferiram tão profundamente na economia global que quase não se pode falar em economia (crescimento econômico) sem levar em conta os usos e as disponibilidades de energia.

Os perfis de consumo energético em economias desenvolvidas mostram que nem sempre um incremento no consumo energético corresponde a um aumento no nível de desenvolvimento. É necessário considerar variáveis como a produtividade da energia, definida adiante, para concluir se os aumentos de consumo de energia são devidos ao crescimento econômico ou são apenas padrões de desperdícios. Segundo Fideles da Silva (1997), “a avaliação do binário, incremento do consumo energético como melhoria no desenvolvimento humano é bastante questionado”, principalmente devido aos seguintes argumentos:

- ◆ A melhoria na distribuição social dos benefícios adquiridos pelo desenvolvimento do setor não ocorre de maneira equitativa;



- ◆ Os avanços tecnológicos permitem uma maior eficiência na operação do sistema, em especial nos consumos finais;
- ◆ Uma política eficaz de conservação de energia, em especial a energia elétrica, permite grandes reduções no consumo e nas perspectivas de necessidades de ampliação do parque gerador (veja seção 4.2.5. para uma breve exposição sobre os resultados do PROCEL – Programa de Conservação de Energia Elétrica);
- ◆ As mudanças que ocorrem na estrutura social e de produção, a exemplo do aumento do setor de serviços e crescimento das indústrias de baixa intensidade energética e de alto domínio tecnológico, só beneficiaram os países desenvolvidos que sistematicamente transferiram seu parque industrial energointensivo para os países periféricos.

Neste capítulo ver-se-á quais os principais determinantes do uso da energia e mostrar-se-á oportunamente qual a situação do Brasil nesse contexto, finalizando com uma discussão sobre consumo de energia e crescimento econômico. As discussões aqui apresentadas objetivam evidenciar a importância da força de trabalho na determinação dos níveis de consumo de energia e mostrar que, principalmente em países em desenvolvimento, a energia é um insumo da produção de bens.

## **4.2 DETERMINANTES DO USO DE ENERGIA**

Segundo Edmonds (1985), os principais determinantes do uso da energia são:

- ◆ Demografia
- ◆ Produtividade do Trabalho
- ◆ Renda
- ◆ Preço da Energia
- ◆ Produtividade da Energia
- ◆ Incertezas

Com relação aos setores da economia, os que usam energia em maior escala são os setores (1) residencial e comercial; (2) de transportes; (3) industrial; e o (4) setor de geração de energia elétrica. Dorf (1978) usa esse tipo de relação para explicar o uso da energia. Segue-se porém, a ordem usada por Edmonds (1985) por ser mais geral e independente de composições econômicas setoriais diferentes.

### **4.2.1 Demografia**

O nível de energia demandada é afetado pela demografia tanto pelo número de pessoas que consomem energia quanto pelo número de trabalhadores que usam energia adicional, produzindo bens e usando energia para seu transporte. Dessa forma a força de trabalho afeta o uso de energia no setor residencial / comercial, no setor de transportes e no setor industrial.

As mudanças na demografia constituem as bases para se entender o padrão de consumo energético, pois o crescimento populacional e suas composições influenciam na determinação da força de trabalho.

Nas economias em desenvolvimento o crescimento populacional é maior que nas economias desenvolvidas pois estas já atingiram a estabilidade e com a estabilidade o crescimento é menor, empiricamente (Solow, 1974; Dasgupta & Heal, 1974a e b; Edmonds, 1985). Como se verá em capítulos posteriores, a taxa de crescimento populacional do Brasil vem apresentando decréscimo gradual.

### **4.2.2 Produtividade do Trabalho**

A produtividade do trabalho (PRO) é definida como o valor do PIB por unidade de trabalho:

$$PRO = \frac{PIB}{L},$$

onde L é a força de trabalho total.

A influência da produtividade do trabalho na determinação do uso de energia é indireta porém, bastante significativa. Através da sua influência no PIB, a produtividade do trabalho interage com a força de trabalho para determinar o nível de demanda de energia.

Usando a definição acima pode-se dizer que, o produto da produtividade do trabalho pela força de trabalho é igual ao PIB, que é o indicativo do nível de renda e produção. Acontece que a renda é o maior determinante da demanda de energia residencial, enquanto a produção é o maior determinante da demanda de energia pelos produtores.

Assim, taxas elevadas de crescimento da produtividade são freqüentemente associadas a altas taxas de crescimento do uso de energia (Edmonds, 1985).

### **4.2.3 Renda**

Empiricamente o nível de renda tem uma influência importante na demanda por energia porém, é apenas um dos fatores na determinação do uso desta. O fato é que não se verifica uma mudança proporcionalmente igual no PIB, que está diretamente ligado à renda, e no uso de energia. Isso se dá devido à heterogeneidade das economias.

Para se medir a mudança percentual no uso de energia por percentual de crescimento na renda utiliza-se a Elasticidade Renda da Energia. Nas economias em desenvolvimento essa elasticidade é maior (1,5 em média), devido à fase de mutação por que passam as fontes e mercados de energia dessas nações, que em economias desenvolvidas ( elasticidades menores que um em média) (Edmonds, 1985).

No Brasil, segundo o BEN1998, “após uma severa contração em 1990 (-4,5%) e uma certa estagnação em 1991 (1,3%) e 1992 (-0,9%), a atividade econômica voltou a crescer de 1993 a 97, apresentando um taxa média de 4,0% ao ano no período. No período 1993/97, a oferta interna de energia apresentou uma taxa média anual de crescimento de 4,6%, determinando uma elasticidade renda de 1,14 - ligeiramente superior à elasticidade de 1,00 verificada no período 1970/97.”

Na tabela 1 são apresentadas as médias das elasticidades, podendo levar a crer que atualmente tem-se uma baixa elasticidade renda da energia, porém, “em 1997, o consumo final de energia cresceu 6,1%, apresentando elasticidade de 2,0 em relação ao PIB e incremento de 0,25 ponto em relação à elasticidade de 1996. Este aumento da elasticidade se deve, em grande parte, ao aumento do consumo de energia nos Setores Comercial e Residencial e ao aumento do consumo de querosene de aviação e de diesel no Setor de Transportes”(BEN1998). Assim, atualmente o Brasil está acima da média das elasticidades de países em desenvolvimento.

Destaca-se também que no Balanço Energético Nacional o PIB é usado como índice de renda.

#### **ELASTICIDADE- RENDA - MÉDIAS POR PERÍODO**

ESPECIFICAÇÃO	73/70	80/73	85/80	92/85	97/92	97/70
OFERTA INTERNA	0,61	0,85	3,15	1,57	1,14	1,00

\*Fonte: Balanço Energético Nacional 1997

**Tabela 1**

#### **4.2.4 Preço da Energia**

Os preços influenciam tanto o nível quanto a composição da demanda de energia. Para medir a influência dos preços no uso da energia utiliza-se a elasticidade preço da energia, que mede o percentual de mudança no uso da energia para cada percentual de mudança nos preços da energia, supondo que as outras variáveis influenciáveis permanecem estáticas. Como um aumento de preços estimula a conservação, decrescendo o uso da energia, essa elasticidade, teoricamente, deve ser negativa.

Ver-se-á que, com a globalização, o preço da energia tende à unificação, pelo menos com os dados Nacionais. Assim, um aumento no preço do petróleo, por exemplo, teria repercussão, mesmo que tardia, no preço das demais fontes energéticas. A não ser que as forças de mercado atuem de tal forma que esse aumento venha a ser apenas passageiro, devido à disponibilidade de outras fontes com preços menores. Foi o que ocorreu com os dois choques do petróleo. Conclui-se então que a

determinação do preço foge, a longo prazo, ao controle de cartéis. Isso não significa que tais tentativas de controle não tenham repercussões econômicas sérias, a curto prazo.

#### 4.2.5 Produtividade da Energia

Refere-se ao nível de produção que pode ser obtido por cada unidade de energia utilizada. Variações nessa medida podem detectar mudanças tecnológicas ou gerenciais. No Brasil, com a criação do Programa Nacional de Conservação de Energia Elétrica (Procel) em 1980, procurou-se combater o desperdício na produção e no consumo de energia. Em 1995, segundo estimativas da secretaria do Procel, o programa apresentou como resultado uma redução de 0,3% no consumo de eletricidade, o que ocasionou um aumento da produtividade da energia (Leite, 1997). Assim, um bom gerenciamento pode levar ao aumento dessa variável, influenciando o uso da energia.

O quadro 3 mostra os dados do Boletim nº 38 de janeiro de 1996 apresentado pelo Procel (Leite, 1997).

#### RESUMO DAS OPERAÇÕES DO PROCEL

Resultados	1986/ 93	1994	1995
Investimentos (milhões de R\$)	24	9,5	33,6
Energia Economizada (1.000 MWh)	1.200	294	724
Usina Equivalente (MW)	200	60	147
Investimento evitado (milhões de R\$)	400	120	294
Relação custo/benefício	1 / 17	1 / 12,6	1 / 8,75

\*Fonte: Leite, 1997

Quadro 3

#### 4.2.6 Incerteza

Cada um dos fatores vistos acima estão envoltos de incerteza. Assim, suas influências devem considerar padrões aleatórios, tanto teoricamente quanto empiricamente.

### 4.3 CONSUMO DE ENERGIA E CRESCIMENTO ECONÔMICO

É muito comum associar-se crescimento econômico com aumentos no consumo de energia. Usando-se o PIB como uma *proxy* para o nível total de atividade econômica, pode-se expressar o relacionamento entre consumo de energia e crescimento econômico como uma razão entre o

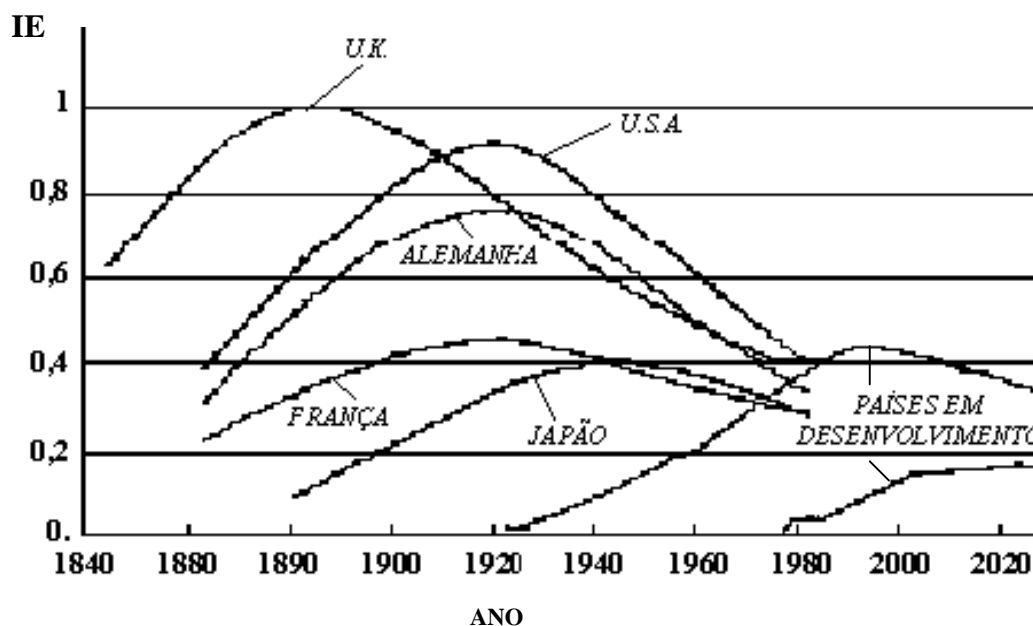
montante de energia consumida por unidade monetária de PIB (E/PIB). Denomina-se esta razão de Intensidade Energética (IE).

A IE tem uma equação simples e direta que mede um relacionamento muito complexo e mutante. Segundo Edmonds (1985), antes de 1970 achava-se que essa razão fosse constante, isto é, a elasticidade da IE era considerada igual à unidade. Essa regra era baseada em observações de dados altamente agregados. Porém, a verdade é que ela muda e tem um ciclo bastante definido, como mostra o gráfico exposto por Fideles da Silva (1997) e rerepresentado aqui como o gráfico 3.

Observa-se que em cada país no gráfico a IE aumenta até atingir um máximo para declinar depois. Em economias desenvolvidas, devido a programas de incentivo à conservação de energia e outras políticas do gênero, as IE's apresentam um padrão atual declinante. Já as economias em desenvolvimento encontram-se na parte crescente da curva de IE.

É bem possível que os países em desenvolvimento não necessitem aumentar demais as suas IE's, atingindo assim seus pontos máximos bem mais rápido e bem abaixo dos países desenvolvidos.

### INTENSIDADE ENERGÉTICA EM TONELADAS EQUIVALENTES DE PETRÓLEO/1000 DÓLARES



\* Fonte: Fideles da Silva, 1997

Gráfico 3

Isto ocorreria devido à globalização das economias, que carrega em si transferências de tecnologias, fazendo com que seja atingido mais rapidamente algum nível de eficiência na utilização da energia.

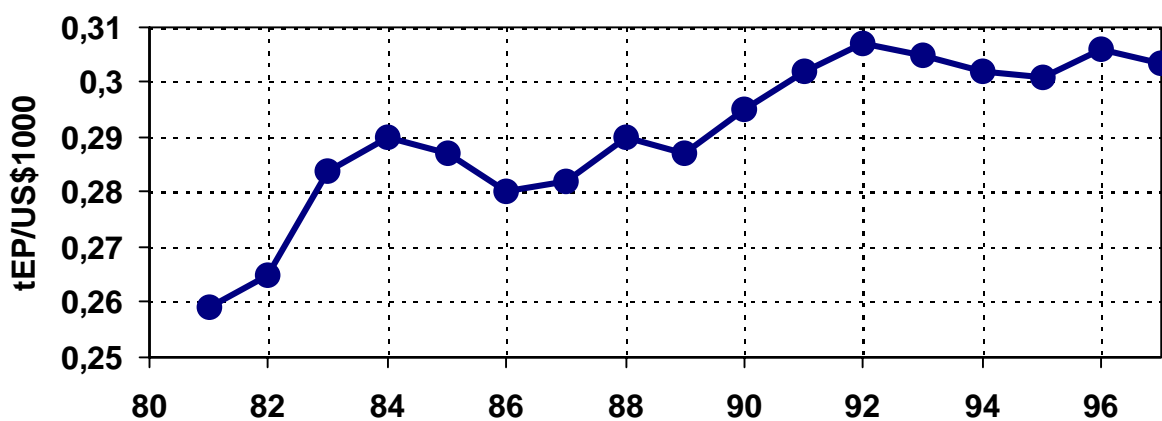
Mudança na razão e elasticidades da IE é um reflexo de numerosos fatores subjacentes, tais como o estado da tecnologia, o preço da energia, restrições ambientais, nível de atividades em setores energointensivos individuais, composição do PIB e fatores sociológicos e demográficos (Edmonds, 1985).

A evolução da IE no Brasil pode ser observada no gráfico 4.

Numa comparação com o crescimento do PIB, observa-se que, apesar da “severa contração em 1990 (-4,5%) e uma certa estagnação em 1991 e 1992” (BEN1998), a IE foi crescente de 1989 até o final da estagnação; e que também apesar da atividade econômica ter voltado a crescer de 1993 a 1997, o mesmo não se verifica com a IE, que decresceu de 1992 a 1995 e voltou a apresentar sinais de crescimento de 1995 para 1996 voltando a cair em 1997.

Assim, a relação entre consumo de energia e crescimento econômico é muito forte e exige precauções nas conclusões. Esse relacionamento justifica também o estudo de modelos de crescimento econômico que incluam políticas energéticas.

### Intensidade Energética



\* Fonte: BEN1998

Ano  
Gráfico 4

# 5. ENERGIA E ÁGUA

---

## 5.1 INTRODUÇÃO

O objetivo neste capítulo é mostrar que a energia na economia brasileira é uma função da quantidade de água disponível e que, sendo considerada um bem com valor econômico, a água passa também a compor a lista de insumos na função de produção de bens não energéticos. Deve-se então, no planejamento do crescimento econômico, considerar a presença da utilização de taxas de consumo de água tanto na produção de energia quanto na produção de bens de consumo não energéticos.

A água sempre foi considerada um bem livre. Os estudos sobre o relacionamento entre água e energia eram direcionados inteiramente para fatores técnicos. Quantos metros cúbicos por segundo eram necessários para gerar energia elétrica? Qual a altura ideal para a exploração de determinado trecho de um rio? Qual o melhor material para suportar os impactos da queda d'água? Etc. Essas eram as questões, e ainda são relevantes, quando o objetivo é construir uma usina hidrelétrica (Young, 1996). Nesses estudos, o insumo água, do qual depende diretamente a geração de energia, não era levado em conta no cálculo dos custos.

O problema do *tradeoff*, quando existe, só ocorre antes das quedas d'água das usinas hidrelétricas pois é nesse ponto que há a concorrência dos múltiplos usos. Assim, os trechos dos rios posteriores a alguma usina não carregam em si nenhum problema de utilização da mesma água utilizada para a geração. Entretanto, nos trechos anteriores às usinas, e esse é o caso de muitos trechos do rio São Francisco, aparece o problema dos múltiplos usos da água. Surge então uma concorrência entre a produção de bens não energéticos, principalmente na agricultura irrigada, e de



bens energéticos. Essa troca ou *tradeoff* entre esses dois processos de produção concorrentes é o tema principal do trabalho aqui apresentado.

Tempos atrás a simples menção de cobrar pela água era considerada fantasiosa; hoje é uma realidade difícil de ser questionada. Deve-se utilizar a água para a irrigação ou para a geração de energia? Qual a melhor utilização para esse recurso? Por quê? A geração de energia impede a retirada de grandes volumes de água do rio, pois este desvio compromete a geração de energia, que utiliza uma parte significativa deste volume; pelo menos esse é o caso do Brasil, particularmente do rio São Francisco.

O projeto de transposição de águas do rio São Francisco, seja ele qual for, abre a questão das trocas de águas entre seus usos múltiplos, pois em lugares onde a água é escassa a gestão das águas deve ser tratada a nível de segurança nacional (Gleik, 1993).

Na seção 5.2 disserta-se sobre a água tratada como uma mercadoria. Na seção 5.3 examina-se a questão dos projetos de transposição das águas do rio São Francisco. Finalmente na seção 5.4, utiliza-se as informações do BEN1998 para mostrar a dependência da energia com relação a oferta d'água.

## **5.2 ÁGUA: UMA MERCADORIA ?**

Algumas características peculiares distinguem a água dos demais recursos e mercadorias, e põem um desafio significativo para o planejamento e seleção da alocação de água e gerenciamento de instituições.

No ciclo hidrológico a água flui, evapora-se e infiltra-se. Essa dinâmica tem como uma das conseqüências a dificuldade de se identificar e de se medir especificamente as unidades do recurso. Um dos maiores problemas do gerenciamento hídrico diz respeito aos riscos de escassez e de excesso, pois as flutuações climáticas naturais e a heterogeneidade do meio provocam variabilidades na oferta de água (Young, 1996). Embora a disponibilidade agregada máxima de água seja fixa, ela

varia numa mesma região e de uma região para outra. Essa mobilidade deve ser levada em consideração em projetos hídricos complexos.

A água, quando considerada do lado da demanda, é um recurso de usos múltiplos, na maioria das vezes competitivos entre si, que envolvem portanto *tradeoffs* entre eles.

Foi com essa preocupação que a constituição de 1988 no seu artigo 21, inciso XIX, estabeleceu que é competência da União instituir um sistema nacional de gerenciamento dos recursos hídricos e normas para outorga de direitos de uso, sendo da competência privativa da União legislar sobre as águas (art. 22, IV, da Constituição Federal). Em cumprimento aos ditames constitucionais e preocupado com a escassez de água, o governo federal promulgou a Lei Federal n.º 9.433, de 8 de janeiro de 1997, que institui a política nacional de recursos hídricos, cria o Sistema Nacional de Gerenciamento de Recursos Hídricos, regulamenta o inciso XIX do art. 21 da CF, etc., determinando no art. 5º, IV, “a cobrança pelo uso de recursos hídricos”. A água passou a ser considerada um insumo natural limitado, *dotado de valor econômico, importante em todo o processo produtivo e a utilização das águas de poços, lagos, açudes, rios e subterrâneas, devem ser taxadas*. Os objetivos do Governo com a cobrança dessa taxa estão definidos no artigo 19 da nova lei, complementados por outros dispositivos legais para o setor. Segundo Matos (1997) a nova lei restringe o domínio sobre as águas ao poder público federal e estadual, modificando profundamente o Código de Águas (decreto n.º 24.643, de 10 de julho de 1934), instituindo uma compensação aos municípios por sua exclusão, não mais se contemplando as águas comuns e as particulares. Apesar de algumas controvérsias jurídicas, esse tem sido o entendimento sobre a mudança imposta pela nova lei. Nenhuma menção é feita ao problema da energia.

Entretanto o problema do *tradeoff* existe e deve ser tratado. Segundo o assessor da presidência da Companhia Hidrelétrica do São Francisco (CHESF), João Paulo Maranhão, “Agora, anualmente será feito um planejamento do uso da água, onde definirão quanto será destinado ao consumo humano, quanto vai gerar energia, quanto vai para produção industrial, agricultura. E as

quantidades serão negociadas pelas previsões de abundância ou de seca”. (Montenegro, 1998). Entretanto, o tratamento dessa alocação necessita de apoio científico.

Tenta-se aqui obter bases para esclarecimentos a respeito das seguintes questões:

Quanto cobrar por essa água? Que política deve ser utilizada? Quais as consequências de se trocar água para fins de irrigação por água para a geração de eletricidade? Essas questões não têm respostas triviais e um estudo econômico, político, social e ecológico deve ser feito para tentar esclarecer esses pontos.

Utiliza-se aqui um modelo matemático dinâmico de crescimento econômico ótimo neoclássico, para tentar esclarecer algumas dessas questões, deixando claro e evidente que o problema do *tradeoff* entre água – produção e água – energia está presente em nossa economia.

### **5.3 AS TRANSPOSIÇÕES DE ÁGUAS DO RIO SÃO FRANCISCO**

Existem menções de projetos, como a transposição das águas do rio São Francisco para o abastecimento do Nordeste do Brasil, que levantam questões intrigantes. Do ponto de vista social, parece ser uma solução pois, segundo o diretor geral do Departamento Nacional de Obras contra a seca, Hilberto Santos Araújo: “O crescimento da população é muito grande e os problemas de fornecimento vêm se agravando a cada ano. Com certeza vamos esgotar a capacidade de abastecer” (Duarte,1998). Do ponto de vista político a questão é muito delicada pois envolve gastos bastante elevados. E do ponto de vista econômico pouco se conhece a respeito de preços, como salienta o mesmo diretor geral: “Por mais cara que a água seja, ela será uma garantia durante a seca”. Trata-se de uma obra bastante complexa onde avaliações qualitativas e quantitativas devem ser minuciosamente estudadas. Do ponto de vista técnico sempre há conflitos entre a execução ou não da obra quando um novo projeto é apresentado.

A idéia da transposição das águas do rio São Francisco é muito antiga e desde essa época, provavelmente em meados do século passado, que se têm conflitos políticos e técnicos a seu respeito.

Gleik (1993) esboça as seguintes características que, segundo ele, podem fazer com que a água venha a tornar-se uma fonte de rivalidade estratégica: 1) o grau de escassez; 2) o nível de compartilhamento por mais de uma região ou estado; 3) os poderes relativos das bacias nos estados; 4) a facilidade de acesso a fontes de água alternativas.

Todas essas características parecem estar presentes nos conflitos entre os Estados do Nordeste, com respeito as águas do Rio São Francisco.

Para se ter uma idéia desses projetos de transposição, será exposto aqui um deles, que hoje, não é mais o projeto atual, porém, esclarece as dimensões do problema.

O projeto consistia na construção de dois trechos de canais artificiais para captação das águas do Rio São Francisco. Na figura 2 pode-se visualizar com mais precisão a descrição do projeto.

O Trecho I, do rio São Francisco até Jati, começava na porção extremo setentrional do rio São Francisco, no município de Cabrobó-PE, apresentando uma extensão de 110 km de canal artificial e obras especiais de engenharia até a divisa com o estado do Ceará, seguindo a partir daí por um canal natural até o município de Aurora-CE (início do Trecho II). Esse trecho era constituído de nove obras, entre elas aquedutos, elevatórias, túneis e barragens.

Para o Trecho II (rio Salgado, rio Piranhas e rio Apodi) estavam previstas a construção de 100 km de canal artificial; uma elevatória na margem direita do rio Salgado (Elevatória do Salgado) - local onde iniciava o trecho de canal artificial; encontravam-se, ainda, inseridas ao longo deste canal, a barragem de travessia de Umbarana, o túnel Umbarana/Felizardo, as barragens de travessia de Bom Jesus III e VII e no final do trecho o túnel de Uiraúna/Major Sales (divisa dos estados da Paraíba e Rio Grande do Norte).

Qualquer obra deste nível terá impactos que devem ser rigorosamente estudados para que se possa ter probabilidades de sucesso em níveis aceitáveis de segurança regional e nacional. Projetos desta natureza impõem severas limitações à oferta de energia por meios hídricos. Além disso existem limites no volume de água do rio.

Suassuna (1997) cita três documentos que dão idéias bastante precisas dos impactos de uma decisão desse porte. O primeiro dos documentos, elaborado pela Gerência da Divisão de Planejamento da Geração Elétrica, da Companhia de Eletricidade da Bahia - COELBA, alerta que, na primeira etapa do projeto, acima citado, a retirada de uma vazão de  $50 \text{ m}^3/\text{s}$  do leito do rio e o bombeamento desse volume d'água, para vencer um desnível de 160 m (correspondente a diferença de nível entre a beira do rio, na cidade de Cabrobó (PE) e o ápice da Chapada do Araripe em Jatí - CE), até chegar aos rios, provocarão uma redução na geração de energia nas usinas da CHESF a jusante de Sobradinho, da ordem de 218 Mw.ano (126 Mw.ano devido a redução da vazão do rio e 92 Mw.ano correspondente ao bombeamento da água). E que na segunda fase, com o aumento do montante de água retirado, passando de 50 para  $260 \text{ m}^3/\text{s}$ , a redução corresponderia a 478 Mw.ano,



\*Fonte: Suassuna, 1997.

Figura 2

totalizando uma redução na oferta de energia de 1.133 Mw.ano. Assim, o balanço de energia do sistema interligado N/NE já se tornaria negativo em 1998. O segundo documento é a carta n.12 do Instituto Miguel Calmon -IMCI, tornada pública em maio de 1983, que faz um alerta sobre a possibilidade de faltar água no rio São Francisco. E o terceiro documento diz respeito à posição do Comitê Executivo de Estudos Integrados da Bacia Hidrográfica do Rio São Francisco - CEEIVASF, em maio de 1994; nesse documento os participantes entenderam, entre outras coisas, que o desvio das águas implicaria num comprometimento de 1.176 Mw, o que seria maior que a geração de Sobradinho (1.050 Mw).

Nos diários Legislativos de Minas Gerais, Pernambuco e Ceará, são inúmeras as reuniões ordinárias que tratam do assunto. Nessas reuniões existem discussões em níveis altos e baixos. O problema é que os estados do Nordeste estão divididos quanto à realização da transposição; são as características de Gleik (1993) em ação. O Deputado Federal Augusto Viveiros, em reunião de dezembro de 1997, resumiu as posições dos estados e as discussões em torno do tema da seguinte forma:

“ Nas emendas regionais deste ano, por exemplo, tivemos apenas uma reunião das bancadas do Nordeste. Foram encontros muito rápidos, em que, por exemplo, a discussão da transposição das águas do rio São Francisco tornou-se estéril porque Pernambuco e Bahia são contra, e o Rio Grande do Norte e o Ceará são a favor. No momento de aprovar as emendas, praticamente não aprovamos nada.” (Diário Legislativo MG, 1997). Em reuniões mais antigas lembram-se as necessidades do projeto, mas alerta-se para experiências trágicas, como “o caminho para canoas” na cidade de Iguape, São Paulo, onde uma pequena abertura, com o calado de uma canoa e um metro de extensão, se transformou em um canal incontrolável com gastos permanentes do governo para salvar a cidade do alagamento.

Existem também outras propostas para a desistência desses projetos do São Francisco, como a transposição de águas do rio Tocantins para o rio São Francisco que traria água suficiente para irrigar outros Estados e também, uma hidrovía natural no centro do País em condições de tráfego,

geração de milhões de empregos e irrigação de milhões de hectares. Porém, nenhum aspecto técnico para o projeto alternativo é ressaltado.

Estudos aprofundados a respeito das vazões médias históricas, bem como sobre aspectos estocásticos do regime hidrológico são pouco difundidos. Dados com relação a esse assunto, que surgem tanto na mídia em geral como em discussões nos meios políticos (Diário Legislativos MG, 1994 e 1997) são controversas e muitas vezes conflitantes. Nota-se assim, uma imensa preocupação, mais que relevante, com o esgotamento dos recursos hídricos, tanto devido à falta d'água quanto devido à falta de energia.

## **5.4 ENERGIA: UMA FUNÇÃO QUANTITATIVA DA ÁGUA**

Na matriz energética brasileira 43,5% da energia total (incluindo todos os energéticos) é produzida por meios hidráulicos. Com respeito à geração de energia elétrica, 94% é produzida pela água. Numa economia com tais características fica clara a dependência que tem o nível de geração de energia elétrica para com a quantidade de água disponível.

Observa-se assim um forte e complexo relacionamento entre água e energia, com implicações no sistema econômico em geral, que não podem ser percebidos *a priori*. Impõe-se então explicitar a água e a energia como fatores de produção da economia como um todo, bem como as suas interrelações, através de um modelo teórico integrado abrangente de natureza macroeconômica. Este enfoque é importante haja vista que, no atual estágio do conhecimento, a aplicação direta de métodos empíricos seria prejudicada pela ausência de construtos pertinentes.

Esta abordagem teórica deve incluir as variáveis e parâmetros econômicos usuais, tais como, taxa de juros, investimentos, consumos, força de trabalho, reserva de recursos naturais, tecnologias de produção, etc, e as relações macroeconômicas básicas da identidade da renda e da identidade do investimento. É o que é feito no próximo capítulo.

# 6. O MODELO DA INTERAÇÃO ENTRE ENERGIA, ÁGUA E ECONOMIA

---

## 6.1 INTRODUÇÃO

Nos capítulos anteriores foram apresentadas várias evidências que ensejam a construção do modelo apresentado neste capítulo. O problema em questão envolve fatores que geralmente são tratados isoladamente: problemática energética (escassez de recursos), fatores econômicos (capital e trabalho) e água não energética.

Entende-se por água não energética aquela que é usada para produzir bens não energéticos e que afeta negativamente a quantidade de energia produzida por usinas geradoras de energia hidrelétrica. Trata-se pois de águas que participam da troca entre águas–insumo produtivo e águas–geração elétrica. O depósito de água é então diminuído tanto pelo uso da água para produzir bens não energéticos quanto pelo uso desta para a produção de energia hidrelétrica.

A energia tornou-se um eixo importante ao redor do qual gravitam os hábitos de consumo da sociedade atual, e portanto, os três fatores acima mencionados envolvem, não só o problema do *tradeoff* água-energia, como também problemas relativos ao mercado dos energéticos.

Como os preços dos energéticos devem se comportar? Qual a relação entre os preços dos energéticos e o da água? Deve-se cobrar taxas? Se sim, quais? Por quê? Quem deve pagar? Quem não deve pagar? Por quê? Qual o papel das energias não convencionais? Quais as implicações da escassez de recursos energéticos?

O objetivo aqui é responder a várias dessas questões, ou todas, e dar subsídios e argumentos sólidos às decisões das autoridades de planejamento e aos demais agentes econômicos.



Os pontos fundamentais envolvem, não apenas o lado econômico e tecnológico, mas o lado institucional, sociológico e também político. Isso implica na necessidade de se estar a par de alguns dos fundamentos conceituais e teóricos da construção de modelos e das alternativas metodológicas à disposição. A informação dessa atividade de construção e análise de modelos deve ser transmitida de uma maneira que seja inteligível e útil às autoridades e a outras entidades envolvidas no processo.

Para compreender melhor a importância de um modelo dessa tipologia na formulação de uma política nacional e na orientação dos agentes econômicos, cumpre analisar o papel dos modelos analíticos de planejamento. Existem muitos modelos e muitas maneiras pelas quais esses modelos podem subsidiar a atividade de planejamento. O grau de interconexão do sistema a ser analisado, dita a regra de complexidade (Campello de Souza, 1997).

Alguns modelos são concebidos com a finalidade de fornecerem estratégias ótimas, enquanto outros são montados apenas para descrever o comportamento natural das coisas, com todas as suas ineficiências e não otimalidades inerentes. O importante, porém, é procurar um modelo que forneça uma estrutura para o estabelecimento de *tradeoffs* entre as várias questões impostas no planejamento. “O modelo deve ser concebido a partir de um conjunto de hipóteses, visando não apenas uma descrição clara das propriedades já conhecidas do objeto em estudo, mas também uma predição de novas propriedades” (Campello de Souza, 1997. p.1). Torna-se então necessária uma pequena e resumida exposição sobre construção de modelos, o que será feito na seção 6.2.

Na seção 6.3 será visto como abordar o problema em questão e um pouco sobre a maximização da função objetivo. Na seção 6.4 são expostas as limitações do modelo e suas implicações. Na seção 6.5, apresenta-se o modelo e suas hipóteses. Na seção 6.6 será apresentado o uso que se fará do modelo, bem como, os resultados provenientes desse uso. Na seção 6.7 serão apresentadas algumas conclusões gerais e comentários sobre os resultados.

## 6.2 CONSTRUÇÃO DE MODELOS

Um modelo é uma representação que preserva as principais propriedades de um sistema. As principais propriedades são aquelas que melhor representam as características que se está analisando. Dessa forma, um modelo de um sistema real deve ser complexo o suficiente para captar todas as principais propriedades, mas deve ser simples o suficiente para poder ser trabalhado. Consequentemente, um modelo é uma representação mais simples da realidade, uma maneira de se abordar um problema que não pode ser visto envolvido nas complexidades do sistema real, mas que representa, na esfera das hipóteses envolvidas, toda a essência do processo em destaque. Um bom exemplo é o trabalho de Hotelling (1931), tão simples que todas as outras contribuições são inserções de complexidades nesse modelo original. Para o modelador, “existe um compromisso entre precisão e complexidade por um lado; e aproximação e simplicidade por outro” (Campello de Souza, 1997. p. 2).

O papel das aproximações é feito pelo estabelecimento de hipóteses, ou condições de contorno, que limitam a abrangência do modelo. Ciente das hipóteses do modelo, isto é, conhecendo suas limitações, o modelador sabe quais conclusões são verossímeis, ou seja, quais resultados podem ser usados.

“Portanto, dado um sistema e um problema, o cientista tenta construir um conjunto de relações matemáticas, juntamente com condições de contorno, que são isomorfas às relações entre as variáveis do sistema.” (Campello de Souza, 1997. p. 2)

O que um modelo deve preservar são os atributos e relações do sistema original que tenham efeitos significativos sobre este.

## 6.3 A ABORDAGEM DO PROBLEMA

Cientes das peculiaridades do uso de modelos matemáticos e dos objetivos a serem atingidos por este modelo, pode-se abordar o problema de forma mais consistente.

A maioria dos capítulos e itens tratados até o momento impõe um enfoque abrangente e quantitativo do problema. O modelo de crescimento econômico que será apresentado incorpora aspectos de diversas fontes energéticas, bem como aspectos da interferência em fontes energéticas da água -“insumo produtivo”, o que o destaca da literatura corrente, e objetiva estabelecer políticas de planejamento no problema, oferecendo uma base científica para a discussão objetiva das questões envolvidas, em consonância com os conceitos econômicos estabelecidos.

O modelo é de natureza macroeconômica e não trata de problemas monetários diretamente. Estuda-se a maximização da satisfação do consumo por trabalhador, sendo este um indivíduo médio. A questão da distribuição do consumo entre os trabalhadores não é tratada. Além disso, supõe-se, como já foi discutido, que todas as gerações de indivíduos são iguais, no sentido de que, têm as mesmas preferências. Isto esclarece um pouco o tipo de maximização envolvida. O funcional objetivo segue a estrutura utilitariana que é adotada, como já se discutiu no capítulo 2, por muitos pensadores.

O modelo é determinístico, e inclui a representação das tecnologias relativas às diversas fontes de energia e uma representação geral para os múltiplos usos das águas que participam dos processos de trocas já discutidos.

A formulação é a de um problema de controle ótimo, como também já foi discutido, e a aplicação do princípio do máximo de Pontryagin leva a conclusões com respeito aos preços (tomado como produtividades marginais), investimentos, taxas e incentivos associados aos diversos recursos energéticos, que são baseadas numa interação entre o setor energético, a água e a economia como um todo. Nessa formulação percebe-se melhor os aspectos econômicos das fontes de energia de recursos ilimitados e do *tradeoff* entre água para geração de energia e água para outros usos.

## 6.4 LIMITAÇÕES DO MODELO

Como discutido anteriormente, todo modelo é um compromisso entre complexidade e facilidade de tratamento. Assim, o modelo aqui exposto contém várias suposições que limitam a extensão de seus resultados ao espaço circunscrito por estas restrições.

A estrutura é utilitariana, como já mencionado. Para detalhes e uma comparação entre a estrutura utilitariana e o princípio maxmin consulte-se Solow (1974).

As funções de produção são supostamente côncavas com retornos decrescentes de escala, o que pode não representar a verdade em modelos de crescimento econômico de longo prazo. Para detalhes consulte-se Romer (1986).

O modelo é determinístico, não tratando as muitas características aleatórias envolvidas num crescimento econômico com recursos limitados, como, por exemplo, descoberta de novas reservas, etc. Assim, as variáveis são supostamente conhecidas ou determinadas e previsíveis. Para um tratamento que faz uso de um modelo aleatório de extração, consulte-se Batabyal (1995).

Não se considera a exportação de recursos energéticos. Dado que a economia em ênfase é a brasileira que é, como mostram os dados do BEN1998, basicamente importadora de energia, este tratamento não parece ser um forte limitador do modelo. Para detalhes de trocas em mercados internacionais consulte-se Yang (1995) e Geldrop e Withagen (1993).

Por serem as indústrias de extração intensivas em capital e por serem os capitais de extração, na maioria das vezes, não maleáveis, é suposto que não há progresso tecnológico de extração. Assim, a compensação da diminuição dos estoques é feita através da aplicação de mais insumos básicos, capital e trabalho. Dessa maneira, os recursos são ilimitados. Apesar de parecer uma hipótese forte, dados empíricos mostram, como já discutido, que na verdade tudo se passa como se tivesse havido um aumento de estoque da maioria dos recursos naturais. A suposição é apenas de que estas descobertas podem continuar por algum tempo e que com o fim dos estoques será mais difícil extrair os recursos. Para uma discussão sobre o assunto consulte-se Krautkraemer (1998).

Problemas ambientais não são tratados no modelo. Entretanto, escolhe-se, também por motivos ambientais, entre as tecnologias disponíveis para substituição de parte da energia hidrelétrica, a energia solar. A literatura referente a problemas ambientais pelo consumo de recursos fósseis é muito vasta e a existência de várias revistas e jornais especializados nessa área dispensa referências.

Dado que a ênfase é no relacionamento das extrações de água para geração de energia e para produção de bens, o modelo não inclui efeitos diretos de estoque nem novas descobertas de reservas dos recursos tratados. Isso implica que a regra de Hotelling será válida quando, da mesma forma que Hotelling, as variáveis de controle forem as taxas de extração dos recursos. Empiricamente a regra de Hotelling tem falhado (Krautkraemer, 1998). Entretanto pode-se incluir características mais complexas e realísticas e obter conclusões empiricamente mais ajustadas. Este trabalho, porém, tem como objetivo estudar analiticamente o relacionamento entre dois insumos de produção que se utilizam da mesma reserva (reserva hídrica). A inclusão dessas outras características poderia tomar o foco das questões que se está examinando no momento. Para alguns tratamentos dessas características consulte-se Davis e Moore (1998) e Pindyck (1978).

O modelo não envolve diretamente variáveis monetárias. Supõe-se equilíbrio de mercado e concorrência perfeita, de forma que as análises monetárias serão feitas utilizando-se os resultados teóricos comumente usados de tal suposição. Sendo assim, imperfeições de mercado também não são tratadas no modelo apresentado.

As tecnologias de energias não convencionais, como a solar, eólica, nuclear e outras, não são tratadas como tecnologia de *backstop*. É suposto que tais tecnologias estão prontas para uso e podem ser substitutas das tecnologias convencionais. Dentre todas as suposições esta parece ser a mais forte e não usual, porém, isto não deve estar longe de ocorrer. Países como a França, por exemplo, já fazem uso intensivo de usinas nucleares embora este tipo de tecnologia ainda não seja considerada convencional pela maioria dos países. Para detalhes sobre tecnologia de *backstop* consulte-se Nordhaus (1973), Endress e Roumasset (1994) e Krulce, James e Wilson (1997).

## 6.5 O MODELO

Normalmente, em modelos de crescimento macroeconômicos neoclássicos (Burmeister,1980; Intriligator,1971; Chiang, 1992; Campello de Souza, 1997), adotam-se as seguintes hipóteses básicas:

- a) existem recursos ilimitados;
- b) o capital é um produto excedente acumulado do trabalho; e
- c) a função de produção é uma função apenas do capital e do trabalho.

A idéia de atender às hipóteses básicas de um modelo neoclássico de crescimento é também, para evitar discussões sobre a formulação do modelo, o que poderia deslocar o interesse para outras questões.

O modelo matemático, de natureza macroeconômica, é formulado em termos de um problema de controle ótimo, e representa uma economia em evolução. Trata-se de maximizar uma função de bem-estar social intertemporal, sujeita a restrições definidas pela identidade da renda, identidades de investimento, tecnologias de produção, dinâmicas dos consumos das reservas, dinâmica da evolução da força de trabalho, balanço energético e totalização da força de trabalho. O problema é resolvido de duas maneiras. Numa primeira análise, a maximização é feita por uma escolha dos investimentos em cada setor, das taxas de consumo dos energéticos, da taxa de consumo da água não energética, da taxa de consumo dos recursos energéticos importados, da taxa de consumo *per capita* de bens energéticos e da taxa de evolução da força de trabalho. Admite-se, como é usual, que estas forças de controle estão sob total comando de um organismo gestor central. Numa segunda análise, a maximização é feita por uma escolha dos investimentos em cada setor, da alocação das forças de trabalho para a produção de cada tipo de energético, da alocação da força de trabalho para a produção de água não energética, da taxa de consumo dos recursos energéticos importados, da taxa de consumo *per capita* de bens energéticos e da taxa de evolução da força de trabalho. A diferença com relação a primeira análise é o uso das forças de trabalho ao invés das taxas de extração dos recursos como parte das variáveis de controle. A aplicação do princípio do

máximo de Pontryagin nas duas análises, resulta em condições que devem ser atendidas para que a economia siga o seu curso ótimo. Essas condições de otimalidade, juntamente com a comparação dos resultados dessas análises, representam as conclusões teóricas que, interpretadas em termos qualitativos, constituem as contribuições ao entendimento das implicações econômicas do *tradeoff* água-energia.

### 6.5.1 Notação

Nesta seção serão listados os significados de todas as variáveis usadas no modelo.

$J$  = função de bem-estar intertemporal

$\delta$  = taxa social de desconto, ou como tipicamente referida nos trabalhos de crescimento econômico, taxa de juros.

$L$  = força total de trabalho.

$u$  = função utilidade por trabalhador.

$c$  = consumo por trabalhador de bens não energéticos.

$t$  = tempo

$\alpha$  = consumo por trabalhador de bens energéticos.

$\beta$  = taxa de evolução da força total de trabalho.

$F$  = função de produção de bens não energéticos excluindo a disponibilização de água para fins produtivos.

$E$  = taxa agregada de consumo não energético dos recursos energéticos (excluindo o consumo de energia dos trabalhadores).

$A$  = taxa anual de consumo ou extração de água não energética (que afeta a geração de energia elétrica gerada por usinas hidráulicas e que quando não usada para geração desta energia pode produzir bens não energéticos), em medidas equivalentes de energia, ou seja,  $A$  é medida na mesma unidade de  $E$ .

$s(.)$  = gastos para aquisição do bem em argumento

$D$  = Reservatório de águas para quaisquer fins. São as águas dos reservatórios das usinas hidrelétricas.

Os índices usados nas demais variáveis que aparecem no modelo têm os seguintes significados:

a)  $O$  (zero) – Diz respeito aos bens não energéticos excluindo-se a água não energética. Assim,

$K_0$  = bem de capital para a produção de bens não energéticos excluindo os capitais relacionados à água não energética.

$L_0$  = trabalho para a produção de bens não energéticos excluindo os trabalhadores relacionados à água não energética.

$I_0$  = investimento para a acumulação e a reposição do capital  $K_0$ .

$\mu_0$  = taxa de depreciação do capital  $K_0$ .

b)  $A$  – Diz respeito à água não energética, aquela que é usada para produzir bens não energéticos.

Assim,

$F_A$  = função de produção para a extração do recurso  $A$ .

$K_A$  = bem de capital para a produção de extração do recurso  $A$ .

$L_A$  = trabalho para a produção da extração de  $A$ .

$h_A$  = função de ponderação para a extração de  $A$

$I_A$  = investimento para a acumulação e a reposição do capital  $K_A$ .

$\mu_A$  = taxa de depreciação do capital  $K_A$ .

c)  $H$  – Diz respeito aos recursos hidrelétricos. Assim,

$E_H$  = taxa anual de consumo, ou extração, de recursos hidrelétricos.

$F_H$  = função de produção para a extração de recursos hidrelétricos.

$K_H$  = bem de capital para a produção de extração de recursos hidrelétricos.

$L_H$  = trabalho para a produção de extração de recursos hidrelétricos.

$h_H$  = função de ponderação para a extração dos recursos hidrelétricos.

$I_H$  = investimento para a acumulação e a reposição do capital  $K_H$ .

$\mu_H$  = taxa de depreciação do capital  $K_H$ .



d)  $NR$  – Diz respeito aos recursos energéticos não restritos (energia solar, eólica, nuclear, etc.).

Assim,

$E_{NR}$  = taxa anual de consumo, ou extração, do recurso energético  $NR$  .

$F_{NR}$  = função de produção para a extração do recurso energético  $NR$ .

$K_{NR}$  = bem de capital para a produção de extração do recurso energético  $NR$ .

$L_{NR}$  = trabalho para a produção da extração do recurso energético  $NR$ .

$h_{NR}$  = função de ponderação para a extração do recurso energético  $NR$ .

$I_{NR}$  = investimento para a acumulação e a reposição do capital  $K_{NR}$ .

$\mu_{NR}$  = taxa de depreciação do capital  $K_{NR}$ .

$D_{NR}$  = depósitos (reservas naturais) do recurso energético  $NR$ .

e)  $R$  – Diz respeito aos recursos energéticos restritos (combustíveis fósseis em geral). Assim,

$E_R$  = taxa anual de consumo, ou extração, do recurso energético  $R$  .

$F_R$  = função de produção para a extração do recurso energético  $R$ .

$K_R$  = bem de capital para a produção de extração do recurso energético  $R$ .

$L_R$  = trabalho para a produção da extração do recurso energético  $R$ .

$h_R$  = função de ponderação para a extração do recurso energético  $R$ .

$I_R$  = investimento para a acumulação e a reposição do capital  $K_R$ .

$\mu_R$  = taxa de depreciação do capital  $K_R$ .

$D_R$  = depósitos (reservas naturais) do recurso energético  $R$

f)  $E$  – Diz respeito aos recursos energéticos externos. Assim,

$E_E$  = Taxa de consumo de recursos energéticos importados

Apresenta-se e discute-se a seguir as relações usadas no modelo.

## 6.5.2 Identidade da Renda

No caso em estudo, a identidade da renda será expressa por:

$$F(K_0, L_0, E, A) = I_0 + I_A + I_H + I_R + I_{NR} + s(E_E) + L.C$$

A identidade da renda, tal como exposta aqui, é uma identidade básica de modelos de crescimento. Uma diferença com relação ao caso geral é a utilização dos gastos para a aquisição dos recursos energéticos externos,  $E_E$ . Entretanto, isso apenas classifica o modelo como um modelo aberto a recursos energéticos, o que de certa maneira é uma utilização clássica. Existe a suposição implícita de que este mercado está em equilíbrio e que toda a produção ou é consumida ou é capitalizada.

Note-se que na função de produção  $F$ , que representa agregadamente os produtos da economia excluindo-se a água não energética e a energia, foram explicitados como argumentos a taxa agregada de consumo não energético dos recursos energéticos ( $E$ ) e a água não energética ( $A$ ). Essa explicitação é necessária tendo em vista os objetivos do estudo que busca entender o *tradeoff* água-energia. Há pois que se dirigir o foco para essas duas variáveis. Ademais, como será visto mais adiante na expressão do balanço energético, a variável  $E$  depende explicitamente da variável  $A$ . Portanto,  $A$  aparece de forma explícita e implícita nos argumentos da função de produção  $F$ . Isto implicará, tendo em vista a regra da cadeia da derivação, em mudanças qualitativas, com respeito às análises usuais, da produtividade marginal da água não energética.

### 6.5.3 Identidades de Investimento

As identidades de investimento bruto serão dadas por:

$$\frac{dK_i}{dt} = -\mu_i K_i + I_i ; i = 0, A, H, R, NR.$$

e representam o fato de que o investimento é usado tanto para aumentar o estoque de capital quanto para substituir o capital depreciado.

### 6.5.4 Tecnologias de Produção

Nas tecnologias de produção será utilizada a neutralidade de Hicks para separar o esforço de extração, da tecnologia utilizada para a extração.

Apenas para esclarecer, um progresso tecnológico é dito “neutro” quando deixa uma certa variável econômica inalterada sob determinadas circunstâncias estipuladas. Especificamente, um progresso tecnológico é Hicks-neutro se deixa a taxa marginal de substituição técnica inalterada à mesma relação capital – trabalho (K/L) (Chiang, 1992).

É suposto que os mercados para cada um dos energéticos e para a água estão em equilíbrio. Além disso, toda a energia e a água extraída é supostamente consumida na produção de bens não energéticos.

A tecnologia de produção do recurso energético  $i$  será expressa por:

$$E_i = F_i(K_i, L_i)h_i(D_i), \quad i = R, NR$$

Analogamente, para a hidreletricidade tem-se:

$$E_H = F_H(K_H, L_H)h_H(D)$$

Uma função similar, porém com efeitos de aprendizado, é exposta em Campello de Souza (1997).

A tecnologia de produção para a extração da água para bens não energéticos, representa os meios de extração e disponibilização da água para produção de bens não energéticos. Por exemplo, o processo de irrigação, ou de direcionamento da água para uma indústria que a utiliza maciçamente para resfriamento, metros cúbicos de água para a criação de peixes ou camarões, etc. Essa tecnologia, que também utilizará a neutralidade de Hicks, será expressa por:

$$A = F_A(K_A, L_A)h_A(D)$$

As funções de produção  $F$  para a extração dos recursos são, como é usual, contínuas, duas vezes diferenciáveis e homogêneas de algum grau (dependendo da tecnologia).

As funções  $h$  geralmente decrescem com  $D$  ou  $D_R$ , isso é válido para todo recurso restrito, limitado. Elas representam a exaustão dos recursos e o fato de que quando as reservas diminuem é necessário alocar mais capital e mais trabalho para a extração. Assim, quanto menores forem as reservas menor será  $h$  e maior será o esforço para extração do energético que está se exaurindo.

Dessa forma, essas funções representam os retornos decrescentes quando "minas" usadas são exploradas, e uma fonte energética está se esgotando. De uma maneira geral pode-se supor que :

$$\lim_{D_i \rightarrow 0} h_i(D_i) = 0; \quad \lim_{D_i \rightarrow \infty} h_i(D_i) = 1;$$

$$\lim_{D_i \rightarrow 0} \frac{dh_i(D_i)}{dD_i} = \infty; \quad \lim_{D_i \rightarrow \infty} \frac{dh_i(D_i)}{dD_i} = 0;$$

(Campello de Souza, 1997. p. 9).

Note-se que os recursos só cessam no limite ou no infinito. Assim, durante todo o percurso das trajetórias, os recursos podem ser tratados como ilimitados, como na hipótese básica a) (seção 6.5) dos modelos neoclássicos de crescimento. O importante aqui é caracterizar o grau de exaustão (ou exploração). Para recursos de reservas infinitas, como a energia solar, a eólica, a nuclear, etc.,  $h=1$ , ou seja, todo o esforço é feito pela tecnologia utilizada para a extração. O caso hidrelétrico é semelhante a qualquer recurso exaurível. Isto ocorre porque quando há diminuição dos recursos devido a outros usos, ou seja, quando se diminui a disponibilização de metros cúbicos por segundo de água para a geração, teoricamente, segundo a hipótese, é necessário alocar mais capital e mais trabalho para se gerar mais energia com menos água disponível. Resumindo: quando  $D$  decresce, a quantidade de recursos utilizada para a extração deve ser maior para compensar essa perda, logo,  $h$  decrescerá.

### 6.5.5 Dinâmica do Consumo das Reservas

A taxa de consumo das reservas  $D_i$  do energético  $i$  será dada, como usual, por:

$$\frac{dD_i}{dt} = -E_i \quad ; \quad i = R, NR$$

A dinâmica de consumo das reservas de água,  $D$ , que são as mesmas tanto para a energia elétrica gerada por usinas hidráulicas quanto para a produção de água não energética  $A$ , será dada por:

$$\frac{dD}{dt} = -(E_H + A);$$

### 6.5.6 Balanço Energético

A taxa agregada de consumo dos recursos energéticos globais será expressa pela seguinte equação de balanço:

$$E = E_H + E_R + E_{NR} + E_E - A - L \cdot \alpha$$

onde  $-A$  (menos  $A$ ) representa o quanto de energia hidráulica seria reduzido da energia total se a água utilizada na geração de energia elétrica por meios hidráulicos fosse utilizada para outros fins. Observa-se, como já se fez antes, que um sistema energético que não tenha uma grande participação quantitativa de energético hidráulico não cabe nessa formulação. No caso do Brasil, como visto e lembrado aqui, esse energético participa fortemente do balanço energético nacional; aliás, é a fonte de energia com maior percentual de utilização nacional, cabendo então esse tipo de formulação.

### 6.5.7 Dinâmica da Evolução da Força de Trabalho (População)

O crescimento da força de trabalho total será descrito, como é usual, pela equação diferencial

$$\frac{dL}{dt} = \beta L$$

Naturalmente, a seguinte equação de totalização deve ser atendida:

$$L = L_0 + L_H + L_R + L_{NR} + L_A$$

### 6.5.8 Função Objetivo

Será utilizada para o funcional objetivo do problema, como já visto, a estrutura utilitariana (utilidade intertemporal) no seguinte formato:

$$J = \int_0^{\infty} e^{-\delta t} Lu(c, \alpha, \beta) dt$$

Sobre a função  $u$ , será assumido, como é usual, que:

- (a) É contínua em  $\mathfrak{R}_+$  para todo argumento de  $u$ .
- (b) É homogênea de 1º grau.
- (c) É estritamente côncava para todo argumento de  $u$ .

(d) É monotonicamente crescente em  $\mathfrak{R}_+$  para todo argumento de  $u$ .

(e) É de classe  $C^2$  em  $\mathfrak{R}_{++}$ , ou seja, todas as derivadas parciais existem e são contínuas em  $\mathfrak{R}_{++}$  em todos os argumentos.

(f) Os limites  $\lim_{c \rightarrow 0} \frac{\partial u}{\partial c} = +\infty$  ,  $\lim_{c \rightarrow \infty} \frac{\partial u}{\partial c} = 0$  ,  $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\partial u}{\partial \alpha} = +\infty$  ,  $\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \frac{\partial u}{\partial \alpha} = 0$  ,

$\lim_{\beta \rightarrow 0} \frac{\partial u}{\partial \beta} = +\infty$  ,  $\lim_{\beta \rightarrow \infty} \frac{\partial u}{\partial \beta} = 0$  devem ser válidos.

Estas hipóteses são básicas. Na literatura consultada, Dasgupta & Heal (1974 a e b), Geldrop e Withagen (1994), Campello de Souza (1997) e Farzin (1999) fazem uso explícito delas.

### 6.5.9 Síntese do Problema

O problema da interação entre energia, água e economia é portanto o modelo de crescimento econômico ótimo colocado na seguinte forma:

$$\text{Max } J = \int_0^{\infty} e^{-\delta t} Lu(c, \alpha, \beta) dt \quad (1)$$

sujeito à:

$$F(K_0, L_0, E, A) = I_0 + I_A + I_H + I_R + I_{NR} + s(E_E) + L.c \quad (2)$$

$$\frac{dK_i}{dt} = -\mu_i K_i + I_i ; i = 0, A, H, R, NR. \quad (3)$$

$$E = E_H + E_R + E_{NR} + E_E - A - L.\alpha \quad (4)$$

$$E_i = F_i(K_i, L_i)h_i(D_i) , i = R, NR \quad (5)$$

$$\frac{dD_i}{dt} = -E_i ; i = R, NR \quad (6)$$

$$A = F_A(K_A, L_A)h_A(D) \quad (7)$$

$$E_H = F_H(K_H, L_H)h_H(D) \quad (8)$$

$$\frac{dD}{dt} = -(E_H + A); \quad (9)$$

$$\frac{dL}{dt} = \beta L \quad (10)$$

$$L = L_0 + L_H + L_R + L_{NR} + L_A \quad (11)$$

O modelo usa apenas uma função de produção de bens não energéticos gerais, excluindo a água não energética, e uma função de produção para a produção da extração da água, sendo as diversas fontes de energia intercambiáveis na produção dos bens não energéticos e no consumo direto.

Estudos sobre a análise de modelos de crescimento de uma maneira geral, como feito aqui, podem ser encontrados em Intriligator (1971), Burmeister (1980), Chiang (1992) e Campello de Souza (1997). Analisa-se aqui as condições necessárias de otimalidade para o problema e suas implicações econômicas. O objetivo é compreender melhor a dinâmica macroeconômica e estabelecer bases para a implantação e gerenciamento de recursos hídricos e energéticos. E responder às várias perguntas que foram feitas no decorrer do texto.

Vê-se claramente pelas equações diferenciais do modelo que as variáveis de estado são:

$$K_i, i = 0, R, NR, H, A ;$$

$$D_i, i = R, NR;$$

$$D \text{ e } L.$$

Não foram especificadas as variáveis de controle porque elas variarão no decorrer das análises.

É importante salientar que no modelo o *tradeoff* água-energia tem suas hipóteses básicas colocadas claramente nas expressões (2), (4) e (9). Nenhuma outra hipótese explícita é feita a respeito deste *tradeoff*, nem tampouco nenhuma outra expressão analítica ou relacionamento entre água e energia pode ser obtida de forma direta a partir das relações (2), (4) e (9). É importante ter-se consciência disto para evitar cair no erro de considerar como resultados, após qualquer análise, hipóteses explicitadas *a priori*.

## 6.6 O USO DO MODELO

As análises e políticas serão feitas e obtidas pelo uso de duas diferentes composições das forças de controle, dependendo do poder de decisão do agente econômico que supostamente está tentando controlar o sistema.

Três tipos de resultados são esperados após as análises. Primeiro, resultados já existentes na literatura, o que irá garantir a consistência do modelo. Segundo, eventuais resultados relativos aos setores energético e hídrico. Terceiro, resultados específicos relativos à questão do *tradeoff* água-energia. Esses resultados, necessariamente não visíveis nas hipóteses, são explicitados pelo uso do princípio do máximo de Pontryagin. Por uma questão de necessidade lógica, é claro, os resultados estão implícitos, embutidos, nas hipóteses, e sua extração é feita pelo uso da análise matemática.

As forças de controle que compõem a primeira análise, são as usadas mais freqüentemente, na literatura, ou seja:

$$I_i, \quad i = 0, R, NR, H, A$$

$$E_i, \quad i = R, NR, H$$

$$A, E_E, \alpha \text{ e } \beta.$$

As variáveis  $L, L_i (i = 0, R, NR, H, A), E$  e  $c$  dependerão do estado e do controle.

Essas forças representam um governo ou um benfeitor social que as comanda através de leis ou por serem públicas as empresas de energia. Mais especificamente, é o caso do Brasil com empresas de energia não privadas.

Na segunda análise utilizar-se-á as variáveis de controle propostas em Campello de Souza (1997), quais sejam:

$$I_i, \quad i = 0, R, NR, H, A$$

$$L_i, \quad i = R, NR, H, A$$

$$E_E, \alpha \text{ e } \beta.$$



Neste caso, as variáveis  $L, L_0, E_i$  ( $i = R, NR, H$ ),  $E, A$  e  $c$  dependerão do estado e do controle.

Essas forças representam um governo ou um benfeitor social que, não tendo mais o controle das taxas de extração dos energéticos, tenta saber que políticas deve ele seguir se detém o controle dos investimentos e do nível de emprego em cada setor. Mais especificamente, representariam as políticas a serem adotadas no caso da privatização das empresas de energia elétrica.

Será usado nas duas análises o princípio do máximo de Pontryagin para se obter as condições necessárias de otimalidade.

Nas duas análises utiliza-se o investimento, ao invés do consumo, como variável de controle. Sabe-se entretanto que tais utilizações, de uma ou de outra variável, são matematicamente equivalentes, dado que são, na forma agregada, funções complementares à produção. Essa opção é exigida pela divisão do investimento em vários setores (o não energético, a água e os três energéticos), tornando mais clara as políticas a serem adotadas.

Na primeira análise, as demais variáveis de controle são padrões na literatura, dadas as diferenças quantitativas de variáveis dos modelos.

Na segunda análise não se utiliza as taxas de extração como variáveis de controle. Nesse caso as principais variáveis são o número de trabalhadores em cada setor e subsetor, a taxa de crescimento da força de trabalho (população) e a taxa de consumo *per capita* de energéticos. Com isso pretende-se obter políticas de emprego, consumo de energia e crescimento populacional.

Para as duas análises o Hamiltoniano do problema será:

$$H = e^{-\delta t} [Lu(c, \alpha, \beta) + \sum_{i=0,R, NR, H, A} q_i (\mu_i K_i + I_i) - \sum_{i=R, NR} p_i E_i - p_D (E_H + A) + q_L \beta L] \quad (12)$$

onde  $e^{-\delta t} q_i, e^{-\delta t} p_i$  ( $i = R, NR, D$ ), e  $e^{-\delta t} q_L$  são as variáveis de co-estado, isto é, os preços sombra descontados no tempo. No caso contínuo as variáveis de co-estado podem ser tratadas como um preço sombra instantâneo isto é, essas variáveis são o limite dos preços sombra, no caso discreto, de um período  $t$  quando  $t$  diminui indefinidamente. Uma interpretação das variáveis de co-estado aqui

envolvidas seria: para as variáveis de rótulo  $q$ , excetuando-se  $q_L$ , o adicional de utilidade causado pelo aumento de capital em um determinado setor ou subsetor; para as variáveis de rótulo  $p$ , o adicional de desutilidade causado pela diminuição das reservas disponíveis, o preço no local<sup>5</sup>;  $q_L$ , o adicional de utilidade causado pelo aumento de trabalho na economia como um todo. Uma interpretação econômica bastante interessante do princípio do máximo pode ser encontrada em Dorfman (1969) e em Chiang (1992), que refere-se ao trabalho de Dorfman mas contém contribuições relevantes.

Nas duas análises é suposto que haja uma única solução, sendo esta interior ao domínio das variáveis, pois o hamiltoniano não é monotônico para nenhuma das variáveis de controle utilizadas.

Supondo que os cursos ótimos das variáveis de controle fossem encontrados e que o valor máximo da função de bem estar fosse  $V$ , as variáveis de co-estado representam o quanto esse valor máximo variaria se fosse obtida ou perdida alguma quantidade das variáveis de estado, isto é:

$$\text{Se } V(K, L, D, D_R, D_{RN}) = \text{Max} \int_t^{\infty} e^{-\delta t} Lu(c, \alpha, \beta) dt$$

então

$$e^{-\delta t} q_i = \frac{\partial V(K, L, D, D_R, D_{RN})}{\partial K_i} ;$$

$$e^{-\delta t} q_L = \frac{\partial V(K, L, D, D_R, D_{RN})}{\partial L} ;$$

$$e^{-\delta t} p_D = \frac{\partial V(K, L, D, D_R, D_{RN})}{\partial D} ;$$

$$e^{-\delta t} p_i = \frac{\partial V(K, L, D, D_R, D_{RN})}{\partial D_i} \quad i = R, RN .$$

A aplicação das condições necessárias de otimalidade levará a uma série de conclusões a respeito das questões de política energética e hídrica.

Os desenvolvimentos matemáticos detalhados das condições de otimalidade podem ser vistos nos apêndices II e III.

---

<sup>5</sup> Os vários nomes utilizados para referenciar tais variáveis já foi discutido no capítulo 2.

## 6.6.1 PRIMEIRA ANÁLISE

As forças de controle que comporão a primeira análise serão:

$$I_i, \quad i = 0, R, NR, H, A$$

$$E_i, \quad i = R, NR, H$$

$$A, E_E, \alpha \text{ e } \beta.$$

As variáveis  $L, L_i (i = 0, R, NR, H, A), E$  e  $c$  dependerão do estado e do controle.

### 6.6.1.1 Condições Necessárias e Relações de Otimalidade.

Pela aplicação do princípio do máximo chega-se às seguintes condições de otimalidade desenvolvidas nos apêndices II.1 e III.1, onde  $p$  é o valor comum de todos os preços sombra das reservas e  $q$  o valor comum de todos os preços sombra dos capitais.

Abaixo estão transcritas as relações mais relevantes.

$$\boxed{\frac{\partial F}{\partial E} = \frac{ds}{dE_E}} \quad (17); \quad \boxed{q_L = -\frac{\partial u}{\partial \beta}} \quad (19); \quad \boxed{q = \frac{\partial u}{\partial c}} \quad (26); \quad \boxed{\frac{\partial F}{\partial E} = \frac{p}{q}} \quad (35);$$

$$\boxed{\frac{\partial F}{\partial A} = 2 \frac{\partial F}{\partial E}} \quad (36); \quad \boxed{\frac{\dot{p}}{p} = \delta} \quad (37); \quad \boxed{\mu_A = \mu_H = \mu_R = \mu_{RN} = \mu} \quad (40); \quad \boxed{\frac{\dot{q}}{q} = \delta - \mu} \quad (41);$$

$$\boxed{\frac{\partial F}{\partial K_0} = \mu - \mu_o} \quad (43); \quad \boxed{\dot{q}_L = (\delta - \beta)q_L + q(c - \frac{\partial F}{\partial L_0}) - p\alpha - u} \quad (44); \quad \boxed{p = \frac{\partial u}{\partial \alpha}} \quad (45)$$

### 6.6.1.2 Resultados: Interpretação das Relações Obtidas

A expressão (37) é a regra de Hotelling, resultado já esperado no caso do uso de taxas de extração como variáveis de controle. A expressão afirma então que o valor dos recursos no local de extração deve crescer à taxa de juros, isto é, as reservas devem ser tratadas como qualquer bem de capital. A única diferença é a taxa de depreciação dos bens de capitais comuns. É o que também afirma a expressão (41), que a menos da taxa de depreciação, indica que o valor marginal do capital

deve crescer à taxa de juros. A expressão (40) afirma que os bens de capital dos setores energéticos e da água devem ser homogêneos, isto é, as taxas de depreciação para esses capitais devem ser iguais, o que é razoável dado que todas essas empresas de extração trabalham com um capital misto de eletrônica e mecânica.

A expressão (26) especifica que o valor de se adicionar mais capital ao sistema, ou seja, o valor marginal do capital deve ser igual à utilidade marginal de se consumir bens não energéticos. Assim, no curso ótimo, o adicional de utilidade de se consumir mais bens não energéticos deve ser igual ao adicional de se investir mais em bens de capital.

A expressão (45), analogamente à (26), especifica que o valor de se consumir mais reservas do sistema, ou seja, o valor das reservas no local, deve ser igual à utilidade marginal de se consumir energéticos. Isto é, no curso ótimo, o adicional de satisfação de se consumir mais energéticos deve igualar-se ao adicional do máximo social de se consumir mais reservas de recursos.

A expressão (19) afirma que no curso ótimo, a contribuição para o máximo social do trabalho deve igualar-se à insatisfação marginal da taxa de crescimento da força de trabalho. Isto é, o valor de se adicionar força de trabalho ao sistema deve ser igual à desutilidade marginal do crescimento dessa força. Em termos unitários a expressão (19) estabelece qual deve ser o valor de se aumentar um trabalhador ao sistema,  $q_L$ , sendo este igual à desutilidade causada pela taxa de crescimento da população. Assim, quanto menor a taxa de crescimento da força de trabalho menor a desutilidade causada pela adição de um trabalhador a mais no sistema econômico.

A expressão (17) afirma que a contribuição dos energéticos à produção de bens de consumo não energéticos, ou seja, o preço doméstico dos energéticos, deve ser igual ao preço de compra dos energéticos importados. Além disso,

$$\boxed{\frac{\partial F}{\partial E_i} = \frac{\partial F}{\partial E} = \frac{ds}{dE_E}} (59) ,$$

dado que  $\frac{\partial E}{\partial E_i} = 1$ .

Isso significa que para estar se seguindo o curso ótimo, deve-se ter um único preço para todas as formas de energia primária. Ou seja, os preços devem ser iguais para todos os energéticos, inclusive os importados.

A expressão (35) tem dois enfoques. Por um lado ela estabelece que o preço doméstico dos energéticos deve ser igual à taxa de substituição entre bens não energéticos e energéticos. Essa interpretação pode ser melhor visualizada quando a expressão é escrita utilizando-se as igualdades (26) e (45):

$$\frac{\partial F}{\partial E} = \frac{\frac{\partial u}{\partial \alpha}}{\frac{\partial u}{\partial c}} \quad (18)$$

Na sua forma original a expressão afirma que a substitutibilidade entre bens não energéticos e energéticos deve ser igual à razão entre o valor dos recursos no local e o valor marginal do capital. Quanto maior o valor das reservas maior deve ser o preço dos energéticos e quanto maior o valor marginal do capital – o quanto o valor máximo social cresce quando capital é adicionado ao sistema – menor deve ser o preço dos energéticos.

O resultado mais importante desta análise aparece na expressão (36), que mostra que a contribuição da água para a produção de bens não energéticos deve ser o dobro da contribuição dos energéticos para a mesma produção. Em outras palavras o preço doméstico da água deve ser posto 100% acima do preço dos energéticos. Essa expressão é a única expressão analítica que explicita qual o *tradeoff* ótimo que deve ser estabelecido entre água e energia. Dessa forma, se não houvesse essa dependência energética da água, que contribui diretamente na produção e indiretamente através da energia hidrelétrica, o preço da água seria, de certa maneira, independente do preço dos energéticos e a água seria tratada como um bem de capital comum, obviamente devido às aproximações feitas no modelo. Pode-se ainda dizer que a expressão estabelece que existe um custo de oportunidade quando se usa a água para a geração de energia elétrica ao invés de usá-la de outra

forma. Quando se “fabrica” energia elétrica por meios hidráulicos, vende-se um produto por metade do preço do seu valor. Este resultado é proveniente de uma interação complexa entre as três relações básicas (hipóteses) (2), (4) e (9) regida pelo princípio do máximo de Pontryagin. Mais especificamente, na maximização do hamiltoniano pela escolha das forças de controle  $A$  e  $E$ , emergem duas expressões para o preço sombra da água,  $p_D$ , as expressões (14) e (16) no apêndice II.1, que são então igualadas produzindo desta forma a expressão (36).

Sendo as taxas de depreciação constantes, a expressão (43) estabelece que a contribuição do capital não energético na produção destes bens deve ser constante. Ou que, o preço do capital para a produção de bens não energéticos deve ser constante no curso ótimo. A função de produção deve ser quase linear no capital.

A expressão (44) estabelece qual deve ser o desenvolvimento temporal do valor de se adicionar trabalho ao sistema. Sendo as demais variáveis constantes, *ceteris paribus*, quanto maior a utilidade, num determinado instante de tempo; quanto maior o consumo energético; quanto maior a taxa de desconto; quanto maior o valor das reservas dos recursos energéticos e da água; quanto maior o salário,  $\frac{\partial F}{\partial L_0}$ ; quanto menor o consumo; e quanto menor a taxa de crescimento da força de trabalho, menor deve ser esse valor. Como esse valor é uma desutilidade, pela expressão (19), deve-se tentar diminuir a taxa de crescimento da população, o consumo por trabalhador e a taxa de consumo das reservas. Por outro lado deve-se tentar aumentar o salário dos trabalhadores, o consumo energético e a taxa de impaciência da sociedade. Essa interpretação está baseada na fixação de todas as variáveis quando apenas uma varia. Quanto a raciocínios práticos, deve-se ter em mente que todas as variáveis estão simultaneamente variando e que se deve levar em conta as interdependências envolvidas. Existe acima o que pode parecer uma contradição em termos: deve-se diminuir a taxa de consumo das reservas e aumentar o consumo energético. Como isso seria possível? Isto só é possível se o energético utilizado para consumo não for um energético escasso. Assim, em termos qualitativos, a sugestão é que sejam utilizados energéticos de fontes ilimitadas

como a solar, eólica ou mesmo nuclear, para diminuir a desutilidade em questão. Outra aparente contradição seria o caso de se diminuir o consumo por trabalhador, por um lado, e aumentar o salário por outro. Nesse caso o que a expressão sugere é que haja um balanço entre salário e consumo, de forma que se pode ter aumentos simultâneos de salário e consumo sem que haja influência na taxa de desenvolvimento dessa desutilidade.

## 6.6.2 SEGUNDA ANÁLISE

As forças de controle que comporão a segunda análise serão:

$$I_i, \quad i = 0, R, NR, H, A$$

$$L_i, \quad i = R, NR, H, A$$

$$E_E, \alpha \text{ e } \beta.$$

Neste caso, as variáveis  $L$ ,  $L_0$ ,  $E_i$  ( $i = R, NR, H$ ),  $E$ ,  $A$  e  $c$  dependerão do estado e do controle.

### 6.6.2.1 Condições Necessárias e Relações de Otimalidade.

As condições e relações abaixo estão desenvolvidas no apêndice II.2 e III.2 e são válidas supondo-se solução interior. Aqui,  $q$  é o valor comum de todos os preços sombra dos capitais.

$$\boxed{\frac{\partial F}{\partial E} = \frac{ds}{dE_E}} \quad (17); \quad \boxed{\frac{\partial F}{\partial E} = \frac{\partial u / \partial \alpha}{\partial u / \partial c}} \quad (18);$$

$$\boxed{q_L = -\frac{\partial u}{\partial \beta}} \quad (19); \quad \boxed{q = \frac{\partial u}{\partial c}} \quad (26);$$

$$\boxed{\frac{\partial F / \partial L_0}{h_i(D_i)(\partial F_i / \partial L_i)} = \frac{\partial F}{\partial E} - \frac{p_i}{q} \quad i = R, NR} \quad (46);$$

$$\boxed{\frac{\partial F / \partial L_0}{h_H(D)(\partial F_H / \partial L_H)} = \frac{\partial F}{\partial E} - \frac{p_D}{q}} \quad (47);$$

$$\frac{\partial F/\partial L_0}{h_A(D)(\partial F_A/\partial L_A)} = \frac{\partial F}{\partial A} - \frac{\partial F}{\partial E} - \frac{p_D}{q} \quad (48);$$

$$\frac{\partial F}{\partial A} = 2 \frac{\partial F}{\partial E} + \frac{\partial F}{\partial L_0} \left( \frac{1}{h_A(D)\partial F_A/\partial L_A} - \frac{1}{h_H(D)\partial F_H/\partial L_H} \right) \quad (49);$$

$$\frac{\partial F}{\partial L_0} = (\mu_H - \mu_A) \frac{TMST_H TMST_A}{TMST_H - TMST_A} \quad (52); \quad \frac{\dot{q}}{q} = \delta - \mu_i - \frac{1}{TMST_i} \frac{\partial F}{\partial L_0} \quad (53)$$

onde  $TMST_i = \frac{\partial F_i/\partial L_i}{\partial F_i/\partial K_i}$  é a taxa marginal de substituição técnica do setor  $i$ , excetuando-se o setor

não energético representado sob o subscrito zero.

$$\frac{\partial F}{\partial L_0} = \frac{(\mu_H - \mu_{NR})TMST_H TMST_{NR}}{TMST_H - TMST_{NR}} \quad (54); \quad \frac{\partial F}{\partial K_0} = \mu_i - \mu_0 + \frac{1}{TMST_i} \frac{\partial F}{\partial L_0} \quad (55);$$

$$\dot{q}_L = (\delta - \beta)q_L + q\left(c - \frac{\partial F}{\partial L_0}\right) - \alpha \frac{\partial u}{\partial \alpha} - u \quad (56) \quad \dot{p}_i = \delta p_i - q \frac{\partial F}{\partial L_0} \frac{\partial E_i/\partial D_i}{\partial E_i/\partial L_i} \quad i = R, NR \quad (57)$$

$$\dot{p}_D = \delta p_D - q \frac{\partial F}{\partial L_0} \left( \frac{\partial E_H/\partial D}{\partial E_H/\partial L_H} + \frac{\partial A/\partial D}{\partial A/\partial L_A} \right) \quad (58)$$

### 6.6.2.2 Resultados: Interpretação das Relações Obtidas

Alguns dos resultados apresentados aqui já foram encontrados e discutidos no trabalho de Campello de Souza (1997). Porém, o modelo do presente trabalho incorpora explicitamente a questão do uso dos recursos hídricos e retira do modelo original a função “*Learning by doing*” proposta por Arrow (1969) para identificar tecnologias em evolução, pois a ênfase agora é no *tradeoff* entre água e energia. Como alguns resultados foram consistentes com a reformulação, utiliza-se, algumas vezes, as mesmas palavras usadas no trabalho citado. Para isso, usa-se aspas.

As relações (17), (19) e (26), por serem as mesmas, têm interpretações idênticas. Essas expressões são consistentes com os dois conjuntos de variáveis de controle propostos.



A expressão (18) conserva apenas uma das interpretações já feitas na análise I, a da substitutibilidade. Ou seja, “ $(\frac{\partial u}{\partial \alpha} / \frac{\partial u}{\partial c})$ ” é a taxa marginal de substituição no consumo. Ela representa o preço que os consumidores estão dispostos a pagar por recursos energéticos em termos de bens de consumo.  $\frac{\partial F}{\partial E}$  é a produtividade marginal dos recursos energéticos totais  $E$ . Representa as unidades adicionais de bens de consumo que podem ser produzidas se uma unidade adicional de recurso energético é usada na produção. Noutras palavras, não deve haver subsídios nem para o consumidor, nem para as indústrias que consomem recursos energéticos. Todos devem pagar o mesmo preço. Isso é válido numa condição de mercado livre para os recursos energéticos.” (Campello de Souza, 1997. p. 15)

As expressões (46), (47) e (48) sugerem cobrança de taxas para empresas exploradoras de recursos naturais. Isso é válido no curto e médio prazo. Como as indústrias energéticas são, em grande parte, intensivas em capital e sendo esse capital não maleável, como já discutido, todo o custo, após o início da extração, pode ser satisfatoriamente aproximado pelos salários pagos aos trabalhadores. “ $(\partial F / \partial L_0) = w$ ” é o salário do trabalhador que produz bens gerais. Supondo uma substitutibilidade entre os trabalhadores, esse deve ser também o salário dos outros trabalhadores ( $L_i$ ). Esses trabalhadores  $L_i$  produzem marginalmente  $(\partial F_i / \partial L_i) h_i(D_i)$  em termos do recurso energético  $E_i$ ”. Então, “a firma produtora do recurso energético  $E_i$  (que usa trabalho  $L_i$ ) poderia cobrar pelo produto um preço dado por  $\frac{\partial F / \partial L_0}{h_i(\partial F_i / \partial L_i)}$ ” (Campello de Souza, 1997. p. 16); pela expressão (46), sendo  $\partial F / \partial E$  o preço de mercado, “na verdade, a firma teria um *lucro extra*  $p_i / q_i$ . Sabe-se também que  $p_i = (\partial V / \partial D_i)$  indica o decréscimo na utilidade total, quando  $D_i$  decresce. Tem-se que investir mais para restaurar o valor de  $V$ . Isso é feito com  $q_i$ , e  $p_i / q_i$  seria esse investimento. Quem deveria fazer esse investimento? A firma produtora foi quem, por exemplo, escavacou a mina, ou usou terra arável (talvez exaurindo-a), e vendeu o recurso energético com fins

lucrativos. Tudo indica que  $p_i/q_i$  deve ser uma taxa a ser cobrada com relação à exploração do recurso  $E_i$ . No caso da energia solar”, ou outro energético de fonte ilimitada, “seria o contrário; isto é,  $p_i/q_i$ , o *lucro extra*, deveria ficar mesmo com a firma, pois neste caso  $D_i$  nunca decresce, e a utilidade total não decresce.  $p_i/q_i$  funcionaria pois como um incentivo.”(Campello de Souza, 1997. p.16).  $p_i/q_i$  deve ser, então, um investimento em energia.

As firmas produtoras de energéticos limitados devem pagar uma taxa pela utilização das reservas, para que a economia siga o seu curso ótimo. Essa taxa deve ser usada para restabelecer o valor do bem estar social ou seja, deve ser revertida para restabelecer o nível de energia potencial que foi retirado das minas. Uma maneira de se fazer isso é utilizar essas cobranças para financiar energias não convencionais, restabelecendo o nível de energia do sistema.

A expressão (47) mostra que as firmas produtoras de energia hidrelétrica também devem pagar a taxa de utilização. Já as firmas produtoras de disponibilização de água deveriam pagar duas taxas, como mostra a expressão (48). Uma delas devido à redução do recurso e a outra pela redução da energia do sistema. Quanto maior a produtividade marginal dos energéticos totais, maior a taxa para as firmas de água. Ainda pela expressão (48), o preço da água deve ser suficientemente alto para que dele possa-se retirar dois financiamentos: um para repor a energia (através de investimentos em outro tipo de energia) e outro para repor as reservas hídricas (através de investimentos em, por exemplo, gerenciamento de recursos hídricos, ou tecnologias não convencionais, como dessalinização, etc.).

A expressão (49) é o resultado mais importante desta análise, assim como a expressão (36) foi a da primeira análise. Entretanto aqui emergiu uma parcela de correção, expressa pela diferença entre os custos marginais de curto prazo da água não energética e da energia hidrelétrica. Note-se que a produtividade da água pode ser muito maior do que duas vezes a produtividade da energia, dependendo da diferença citada. Parece plausível à primeira vista, ser este o caso brasileiro, pois o setor hidrelétrico encontra-se num estado de amadurecimento bastante elevado no país, não sendo este o caso do setor da água não energética. Seria interessante verificar-se empiricamente a

suposição acima. Lembra-se aqui que o preço de mercado da água deve ser alto devido aos dois tipos de financiamento necessários para se manter os níveis de reserva de água do sistema. Obviamente que esse preço pode ser menor que duas vezes a produtividade da energia; não se comentou esse fato por ser ele pouco provável.

As expressões (52) e (54) dizem respeito ao salário dos trabalhadores. Caso a hipótese de capitais homogêneos fosse aceita, resultaria num salário nulo para os trabalhadores, o que faria sentido mas não teria significado econômico relevante. Supondo então que o salário dos trabalhadores sejam estritamente positivos, as expressões (52) e (54) estipulam que os capitais devem ser heterogêneos. Ademais, a produtividade do trabalho não energético excluindo-se a água não energética, tratada aqui como o salário dos trabalhadores, não será constante durante a evolução desta economia, dado que depende explicitamente das taxas marginais de substituição técnica, que muito provavelmente devem variar no decorrer do tempo. Logo, não há nenhuma restrição imposta à função de produção  $F$  no que diz respeito ao insumo trabalho.

A expressão (55) mostra que a produtividade marginal do capital é função da produtividade marginal do trabalho. Como exposto no parágrafo anterior, a produtividade marginal do trabalho varia no decorrer do tempo e assim, também, não existe nenhuma restrição imposta à função de produção  $F$  no que diz respeito ao insumo capital.

A expressão (53) estabelece que a taxa de crescimento do valor marginal para todo tipo de capital deve crescer com a taxa de juros, descontando-se a manutenção, devido à depreciação, e o custo equivalente do trabalho, devido à aquisição de mais capital ao invés de mais trabalho. Devido à neutralidade de Hicks, a expressão independe das reservas dos recursos.

A expressão (56), que exprime, como a (44) da primeira análise, o desenvolvimento temporal do valor de se adicionar trabalho ao sistema, estabelece que, *ceteris paribus*, quanto maior a utilidade, num determinado instante de tempo; quanto maior o consumo energético; quanto maior a utilidade marginal do consumo energético; quanto maior a taxa de desconto; quanto maior o salário,

$\frac{\partial F}{\partial L_0}$ ; quanto menor o consumo; e quanto menor a taxa de crescimento da força de trabalho, menor

deve ser esse valor. Como em (44), esse valor é uma desutilidade; pela expressão (19), deve-se tentar então, diminuir a taxa de crescimento da população e o consumo por trabalhador. Por outro lado deve-se tentar aumentar o salário dos trabalhadores, o consumo energético e a taxa de impaciência da sociedade. O caso de se diminuir o consumo por trabalhador, por um lado, e aumentar o salário por outro, pode ser interpretado e discutido como na primeira análise.

Finalmente, as expressões (57) e (58) estabelecem que a taxa de diminuição das reservas deve ser menor que a taxa de juros para energéticos escassos. As equações diferem das conclusões de Hotelling de que quanto maior a taxa de juros mais rápido as reservas serão consumidas. Segundo Davis e Moore (1998) esse princípio de Hotelling superestima o valor das reservas, e eles sugerem então um modelo que incorpora restrições de capacidade para que o princípio de Hotelling seja mais consistente com observações empíricas. A troca das variáveis de controle estabeleceu, nesta segunda análise, um termo que deve ser subtraído da taxa de juros para se calcular o valor das reservas. O surgimento deste termo parece conduzir o modelo a uma situação mais real que deve ser testada empiricamente. A taxa do custo de uso das reservas deve diminuir com a elevação dos custos de extração de curto prazo, com o aumento da eficiência da extração e com o valor marginal do capital maior. Para recursos não escassos a taxa de consumo das reservas deve aumentar com a taxa de juros; os recursos não escassos devem ser vistos como qualquer outro bem de capital.

## **6.7 CONCLUSÕES GERAIS**

Nesta seção serão feitas algumas comparações entre as duas análises. As principais conclusões serão aqui resumidas.

### **6.7.1 TAXAS DE DEPRECIÇÃO**

A primeira análise impõe a homogeneidade, com relação à taxa de depreciação, dos bens de capital energéticos e da água não energética para que a economia siga o seu curso ótimo. Já na

segunda análise isso não é necessário e se essa imposição fosse exógena os resultados do modelo falhariam economicamente. Bens de capital homogêneos constituem uma boa aproximação mas, considerar os bens de capital como sendo heterogêneos parece ser uma suposição mais próxima da realidade.

### **6.7.2 FUNÇÃO DE PRODUÇÃO DE BENS NÃO ENERGÉTICOS (F)**

A primeira análise também impõe restrições à função de produção de bens não energéticos. A produtividade marginal do capital não energético deve ser constante; a função de produção de bens não energéticos deve ser quase linear no capital. Na segunda análise nenhuma restrição, a não ser as preestabelecidas nas hipóteses iniciais, é imposta à função de produção de bens não energéticos. Pode-se criar restrições nesta função supondo-se taxa marginal de substituição técnica constante. A segunda análise parece, mais uma vez, se aproximar mais da realidade que a primeira.

### **6.7.3 PREÇO DE MERCADO DA ÁGUA**

A primeira análise estabelece que o preço de mercado da água deve ser o dobro do preço de mercado dos energéticos. Na segunda análise este preço pode ser maior ou menor do que o dobro, dependendo da diferença de custos de curto prazo das empresas de extração de água não energética e energia hidrelétrica. Sendo os custos dessas empresas iguais, a conclusão é a mesma que na primeira análise. Deve-se então tentar substituir energia hidrelétrica por outra fonte de energia. Esse resultado será usado no próximo capítulo.

### **6.7.4 REGRA DE HOTELLING**

Na primeira análise a regra de Hotelling é válida, ou seja, os recursos naturais devem ter seus valores nas reservas crescendo à taxa de juros. Eles devem ser tratados como qualquer outro bem de capital. Entretanto, sabe-se que a regra de Hotelling superestima o valor dos recursos naturais. Na segunda análise aparece um termo de correção. Note-se que esse termo foi obtido pela mudança das

variáveis de controle e não pela adição de complexidades ao modelo. Dessa forma, a segunda análise novamente parece ser mais condizente com a realidade do que a primeira.

### **6.7.5 POLÍTICA FISCAL**

Com o controle das taxas de extração, nenhuma política de tarifas é imposta. Quando o agente não tem mais o controle destas taxas, tarifas de extração devem ser impostas às empresas de extração. Além disso, estas tarifas, ao que tudo indica, devem ser usadas para restaurar o nível de reserva perdido. Elas devem ser um investimento em programas de gerenciamento energético e gerenciamento hídrico.

### **6.7.6 PREÇO DOS ENERGÉTICOS**

Nas duas análises os preços dos energéticos devem ser iguais e devem igualar-se à disposição de se ceder bens de consumo para obter mais bens energéticos.

### **6.7.7 TAXA DE EVOLUÇÃO DA FORÇA DE TRABALHO**

A taxa de evolução da população deve ser controlada para baixo.

### **6.7.8 FONTES DE ENERGIA ILIMITADAS**

Deve-se usar energéticos de fontes ilimitadas para aumentar o consumo energético e diminuir o consumo das reservas. Esse assunto será o tema do próximo capítulo.

# 7. A ENERGIA SOLAR

---

## 7.1 INTRODUÇÃO

No capítulo anterior, nos resultados das duas análises, foi indicado, para um crescimento ótimo, o uso de fontes energéticas de recursos ilimitados e a substituição da energia hidrelétrica por qualquer outro tipo de energia que não utilize a água como insumo. O modelo apresentado naquele capítulo é teórico e como todo modelo é uma aproximação da realidade. Dessa maneira, sabe-se que não se pode substituir toda a energia hidrelétrica por outra fonte de energia no curto prazo. Talvez essa substituição não deva ocorrer nem mesmo no longo prazo. Essa não substitutibilidade se dá pelo investimento já feito, e de difícil reversão, em usinas hidrelétricas. Assim, na realidade, a indicação é que seja feito o menor e melhor uso possível das águas de um determinado aqueduto para geração de energia. Também foi suposto que nenhuma tecnologia de *backstop* estaria disponível para evitar a competição entre os múltiplos usos da água. Sabe-se também que a grande preocupação não é mais a escassez dos recursos, com exceção da água, e sim, o uso intenso de energias que afetam negativamente o meio ambiente, o que sugere o uso de uma fonte ilimitada não poluente e que tenha, para substituição parcial, propriedade distributiva, de forma que seu uso intenso diminua e melhore o uso da energia hidrelétrica e não cause efeitos desagradáveis à biosfera.

Para o aumento do consumo energético e diminuição da utilização das reservas de recursos naturais, pode-se usar qualquer fonte de recursos ilimitados, como por exemplo, a solar, a eólica, a nuclear, ondas marítimas e outras. Como os aspectos de riscos de se usar algumas dessas fontes também não fizeram parte da composição do modelo, pode-se, na escolha das fontes energéticas ilimitadas, optar por uma que apresente risco diminuto.

Para a substituição parcial da energia hidrelétrica é necessário uma fonte energética com várias características particulares: limpa (não poluente), não escassa, distributiva e que possa ser usada em residências, indústrias e em estabelecimentos comerciais. Uma das que possui todas essas características é a energia solar para aquecimento d'água, que será o objeto de estudo neste capítulo.

Das energias não convencionais limpas disponíveis, as tecnologicamente mais avançadas são a energia solar e a energia eólica. Porém, aspectos técnicos e econômicos muitas vezes inviabilizam suas utilizações para geração de energia elétrica, mas não para sua utilização de outra forma. Fatores psicológicos e a falta de informação por parte dos consumidores, além da falta de uma política de incentivo adequada, são os maiores obstáculos para a utilização dessas fontes de energia. Além disso, esses fatores contribuem fortemente para criar a concepção generalizada de inviabilidade econômica de todos os usos de energias não convencionais.

A energia solar para aquecimento de água (**ESAA**) é um exemplo dessa generalização. O Brasil, e principalmente o nordeste do país, é rico nesse tipo de energia. No nordeste a principal preocupação é com a escassez hídrica. A ESAA além de ser, em muitos casos, viável economicamente, apresenta externalidades positivas para a indústria de energia hidrelétrica, com relação à sobrecarga nos horários de picos de demanda. As colocações de Leite (1997) deixam claro este ponto: “A utilização da energia solar para aquecimento de água já pode ser introduzida sem problemas técnicos em residências e outros ambientes.”(Leite, 1997 - p. 353). E mais adiante, na mesma página, ele completa: “No caso do Brasil, o aquecimento por via solar direta teria papel relevante, porque poderia substituir, em parte, a inconveniente carga representada pelos chuveiros elétricos, cujo consumo é estimado em mais de 2% do consumo total nacional. É matéria que merece atenção especial pela substancial redução da demanda de energia elétrica e, portanto, redução de investimentos em geração maiores do que os representados pela instalação dos aquecedores solares.” O uso da energia solar em substituição aos chuveiros elétricos no aquecimento d'água é indicado por ser a energia solar uma das únicas que apresentam características suficientemente distributivas para esse uso. A ABRAVA (1996a) (Associação Brasileira de Refrigeração, Ar Condicionado,



Ventilação e Aquecimento) afirma em suas publicações que mais de 6% de todo o consumo nacional de energia elétrica, é utilizado para alimentar chuveiros elétricos. O mesmo percentual de 6% é estimado pela Eletrobrás (ANEEL, 1998), três vezes mais que as estimativas referenciadas por Leite. O contraste de percentuais deixa dúvida quanto a exatidão numérica porém, deixa clara a relevância percentual. Segundo a Diretoria de Operações da Eletrobrás, na hora do pico - entre 18:00 e 20:00 h, os chuveiros elétricos são responsáveis por quase 20% do consumo nacional de eletricidade (ANEEL, 1998).

Há que se destacar aqui o fato de que o crescimento urbano ainda é elevado e que esse crescimento implica num aumento da participação do consumo de energia elétrica residencial e comercial, o que aumenta a participação, no consumo total nacional, do consumo de água aquecida através de eletricidade, além de aumentar a demanda no horário de pico. Como consequência, eleva a urgência da implementação de uma política do uso de energia solar para esse fim. Com tal política implementada e com a utilização em larga escala da ESAA, a evolução dos preços de tais equipamentos só tenderiam a declinar. Segundo a ABRAVA (1996a), mesmo sem estímulo governamental ao desenvolvimento da tecnologia de coletores solares, o número de instalações efetuadas ao ano tem se ampliado desde o fim dos anos setenta. De 1980 a 1995, as vendas aumentaram de 60.000 m<sup>2</sup> para 160.000 m<sup>2</sup> de coletores/ano. Este êxito, afirma a mesma instituição, deve-se à parceria entre fabricantes nacionais, centros de pesquisa, universidades e concessionárias de energia elétrica. O preço médio do m<sup>2</sup> dos coletores solares foi reduzido de cerca de US\$ 500 em 1983 para US\$ 250 em 1995.

Analisando-se apenas o setor residencial, ver-se que este tem uma participação muito relevante no consumo total de energia elétrica; aproximadamente, um quarto de todo o consumo, o que equivale a 73.881 mil MWh. Dois por cento desse total equivale a 1.477,62 mil MWh, que é equivalente a uma usina de mais de 200MW de potência. Seriam necessários cerca de 170 milhões de dólares para a instalação de uma usina térmica equivalente, salientando-se que as centrais térmicas são as de menor custo de geração (Ribeiro, 1997). Entretanto, essa utilização não se

restringe ao setor residencial. O aquecimento d'água também é feito por estabelecimentos comerciais e industriais. Algumas dessas utilizações são aquecimento de um fluido (água ou não); secagem de alimentos ou produtos; destilação d'água; e cocção de alimentos em fornos e fogões (ANEEL, 1998).

A tabela abaixo mostra a composição percentual das participações dos vários setores da economia brasileira no consumo total de energia elétrica nos anos de 1996 e 1997.

<b>Consumo de Eletricidade por setor</b>		
<b>Consumo Total</b>	<b>1996</b>	<b>1997</b>
<b>Mil MWh</b>	<b>277.658</b>	<b>295.524</b>
<b>Setor</b>	<b>% (1996)</b>	<b>%(1997)</b>
Industrial	46,7	45,9
Residencial	24,9	25,1
Comercial	12,6	12,9
Público	8,7	8,7
Agropecuário	3,5	3,6
Setor Energético	3,2	3,4
Transportes	0,4	0,4
Total	100,0	100,0

\* Dados do BEN1998 fornecido pelo MME

**Tabela 2**

O uso de eletricidade para aquecimento d'água é um problema cultural. Simplesmente criou-se o costume de se aquecer água desta maneira equivocada. Isto se deu principalmente devido ao incentivo dado pelo governo, através de subsídio da tarifa de energia elétrica, para que se trocasse combustíveis fósseis por eletricidade na intenção de fugir da dependência externa de energia. Em nenhum outro país utiliza-se tanta energia elétrica para aquecimento d'água quanto no Brasil (Leite, 1997), tanto que os chuveiros elétricos estão presentes em 70% dos lares brasileiros (ANEEL, 1998).

Nesse capítulo tenta-se esclarecer alguns pontos sobre a utilização da ESAA.

Alguns detalhes técnicos são apresentados na seção 7.2, para esclarecer os pontos-chaves de instalação de aquecedores solares e a inviabilidade de seu uso intenso no curto prazo. Alguns aspectos econômicos serão apresentados na seção 7.3. As vantagens qualitativas podem servir de

base na decisão de adquirir um aquecedor solar; isso é feito na seção 7.4. Através de simulações, das quantidades monetárias envolvidas na aquisição de um aquecedor solar, uma análise quantitativa deve contribuir positivamente na elucidação dos riscos envolvidos na troca de energia elétrica para aquecimento de água por ESAA, o que é feito na seção 7.5. Nesta seção é utilizado um modelo matemático da literatura (Walley e Campello de Souza, 1990). Não são feitas modificações no modelo com respeito às equações elaboradas pelos autores. A contribuição se dá no método de simulação empregado que permite o uso de quaisquer distribuições de probabilidade em qualquer variável, diferentemente das distribuições específicas usadas no estudo analítico original feito no modelo. Possíveis políticas de incentivo, planejamento e algumas sugestões para implementação da indústria de energia solar são dadas na seção 7.6.

## **7.2 ASPECTOS TÉCNICOS DA ESAA**

Alguns aspectos e detalhes técnicos da implantação de aquecedores solar devem ser esclarecidos para destacar os pontos-chaves de discussão. Já existem várias empresas de energia solar em pleno funcionamento, porém, totalmente restritas a alguns nichos muito especiais do mercado de energia.

A inviabilidade econômica do uso intenso no curto prazo no setor residencial é um problema cultural. A construção civil não é preparada para receber nenhum substituto para os chuveiros elétricos. Isso porque a implantação de um aquecedor requer tubulação residencial ou comercial dupla até os pontos de uso da água aquecida. Isso inviabiliza economicamente a utilização de aquecedores solares em prédios de apartamentos já construídos. Este inconveniente evidencia a urgência de uma ação imediata no sentido de implementar a utilização. É necessário que as plantas futuras sejam concebidas com tais tubulações. Esse seria o investimento do consumidor residencial. No caso de hospitais, hotéis, restaurantes e estabelecimentos comerciais que utilizem água aquecida com certa frequência, é indispensável a exigência da ESAA, pois, é totalmente viável

economicamente, sendo as únicas barreiras à sua utilização a falta de orientação política e de informação dos agentes envolvidos.

“Em algumas localidades, onde possam haver tempos prolongados de ausência de luz solar, é necessário um sistema elétrico alternativo (*backup*) para suprir essa ausência”(Abrava, 1996b) . Deve-se ter cautela quanto à generalização de tal ressalva. Em outras localidades esse sistema alternativo poderia ser muito pouco utilizado ou até mesmo abandonado.

Um aquecedor é composto de quatro componentes básicos: as placas coletoras de energia, o reservatório de armazenamento de água quente hermeticamente fechado, mangueiras de ligações e tubulação dupla para conduzir a água até o local de utilização.

O funcionamento de um aquecedor solar simples é baseado num sistema de termossifão, que utiliza a força da gravidade no transporte da água aquecida. A medida que a água que está nos coletores esquenta, sua densidade diminui fazendo com que ela, sob pressão da água menos aquecida da parte inferior do recipiente de água quente, suba. Esse processo contínuo eleva a temperatura da água no interior do tanque a aproximadamente 90° C. O duplo encanamento permite ao usuário obter a temperatura desejada através da mistura da água quente com a fria.

A demanda por água quente é que estabelece o número de coletores (área total) e o tamanho do reservatório de armazenamento.

## **7.3 ASPECTOS ECONÔMICOS DA ESAA**

### **7.3.1 CONTROVÉRSIAS**

O ponto de vista de viabilidade econômica e técnica da energia solar era bastante controverso nas décadas de 70 e 80, como pode ser visto na literatura da época e particularmente na frase: “Ainda que pareça surpreendente aos atuais consensos sobre energia, a conclusão dessa última sondagem (tecnologia solar) é que tal tecnologia *não é viável*.” (Georgescu, 1979). Georgescu argumentava que a energia necessária para produzir coletores solares viria de uma instalação não-solar (combustível fóssil), que também supriria a produção de equipamentos de capital para o novo

processo. E concluiu que, desta maneira, qualquer utilização da radiação solar nada mais é do que um parasita das tecnologias existentes. Para ele uma tecnologia para ser viável deve ser capaz de se auto reproduzir e além disso, ser independente de fontes externas (Georgescu, 1983)<sup>6</sup>. Ainda mais, na época, os equipamentos solares fotovoltaicos eram feitos, na grande maioria, de selênio (William, 1975) e sendo este um recurso exaurível, e relativamente raro, as conclusões eram que não existia diferença entre usar energia solar ou qualquer outro combustível fóssil. Entretanto, a tecnologia de silício monolítico desenvolveu-se velozmente, e o silício é farto na natureza, de forma que os últimos argumentos de Georgescu não são mais tão fortes quanto eram.

Em publicações datadas da mesma época já eram publicados trabalhos que demonstravam baixas nos custos, de equipamentos solares, a níveis competitivos com métodos clássicos (Behrman, 1979). Outros trabalhos concluíaam que o valor de um investimento solar era muito dependente do critério econômico selecionado (Lunde, 1980), ou que o retorno do investimento era um critério econômico a ser usado para a avaliação do valor de uma instalação solar (Simonson, 1984), etc. Entretanto, os pontos de vista destes trabalhos nada tinham a ver com a análise multiprocesso de Georgescu. A preocupação nestes trabalhos era com os aspectos técnicos de engenharia e com análises monetárias.

Atualmente, alguns argumentam que a única solução para o desenvolvimento continuado seria através de uma economia que utilizasse uma alta eficiência na captura da energia solar (Schwartzman, 1996); outros que esta única solução seria através do uso eficiente e da conservação de combustíveis fósseis (England, 1994). Schwartzman faz uso de considerações ambientais em toda a sua argumentação, enquanto England expõe três razões, tão importantes ou mais que as ambientais (segundo o autor) para se considerar a conservação de combustíveis como objetivo mundial primordial. As três razões seriam: prisão tecnológica, inércia institucional e guerra do petróleo. A primeira relata exatamente os argumentos de Georgescu, a segunda diz respeito à impossibilidade da sociedade de fazer a transição de fontes de energia, antes de uma grave crise social, e a terceira diz

---

<sup>6</sup> apud England, 1994.

respeito às conseqüências bélicas devido à escassez do petróleo. Na primeira das razões England descarta a fissão nuclear, por motivos ambientais, e estende, como já havia feito, segundo o autor, Georgescu (1988)<sup>7</sup>, as conclusões sobre a tecnologia solar para as demais fontes alternativas.

O que é unanimidade entre todas as correntes é que a tecnologia de combustíveis fósseis deve ser substituída, se não totalmente, pelo menos parcialmente.

O fato é que, as conclusões de Georgescu são exóticas e não foram levadas em conta pela maioria dos estudiosos. Primeiro porque todo processo, inclusive o de combustíveis fósseis, faz uso de outros materiais, de forma que na verdade, pelas conclusões de Georgescu, nenhuma tecnologia no mundo é viável. Como o mundo está funcionando e fazendo uso de algumas tecnologias conclui-se que o que Georgescu chama de “viabilidade” é impossível de se alcançar por seres humanos comuns. Dessa forma, como aqui todos são seres humanos comuns, deixar-se-á o esoterismo de lado e se fará as contribuições e análises cabíveis. As contribuições poderão ser análises monetárias ou técnicas das tecnologias disponíveis. Trata-se aqui da primeira delas mas tem-se em mente que a energia solar é um assunto heterogêneo, difícil de entender e difícil de tratar (Behrman, 1979).

### **7.3.2 ANÁLISE ECONÔMICA**

Dada a tecnologia disponível, as contribuições cabíveis aos economistas são a análise de retornos e vantagens financeiras da opção de investir em uma instalação solar. Aqui, como dito antes, analisa-se a utilização da energia solar para aquecimento d’água pois os custos desta tecnologia já são bastante competitivos.

Os inconvenientes do uso da ESAA são as incertezas. Estas aparecem de várias formas como: (a) na descontinuidade e na estocasticidade do fluxo solar; (b) na necessidade de armazenamento, pois no período noturno não há fluxo solar; (c) no fato de que o não uso da instalação, por um eventual comprador, não significa poupança, de forma que a fonte tem que ser utilizada ao máximo para otimizar o retorno, o que na maioria das vezes não é possível; (d) no

---

<sup>7</sup> apud England, 1994.

investimento que é muito arriscado, pois depende da dinâmica de outros mercados como preços futuros e poupança da energia convencional; (e) na baixa liquidez, ou seja, o capital de uma instalação solar não é maleável; e finalmente, (f) no longo tempo de retorno, que faz com que o comprador fique sujeito a incertezas inevitáveis e preso a uma tecnologia que pode ser ultrapassada a qualquer instante (Campello de Souza, 1985).

A variável de decisão mais importante num investimento solar é o tempo de retorno do investimento (Simonson, 1984) que também é uma medida de falta de liquidez (Campello de Souza, 1985). É o valor desta variável que sensibilizará, mais imediatamente, o decisor.

O tempo de retorno do investimento, por sua vez, está altamente correlacionado com o tempo de vida útil do equipamento, com a taxa de juros real, com os custos de operação do equipamento solar, com o preço do investimento e com os preços futuros da energia convencional. Dado que a maioria desses fatores são incertos, não se pode usar, para tal análise, modelos determinísticos.

Como a fonte de energia que “move” o equipamento solar é um bem livre, de preço nulo, a análise do retorno do investimento se dá apenas pela investigação do custo da potência de saída por unidade de capital e esta, é relativamente independente da eficiência da conversão (Campello de Souza, 1985).

O que foi exposto nesta seção justifica o uso do modelo estocástico proposto por Walley e Campello de Souza (1990). As análises e resultados de tal modelo são analíticos. A proposta aqui é simular tal modelo e flexibilizar as suposições a respeito das distribuições de probabilidade suposta pelos autores.

## **7.4 VANTAGENS DA ESAA**

As vantagens que fazem com que se proponha a utilização da ESAA são as seguintes:

1. Acompanhamento contínuo da demanda, por ser modular em nível individual.
2. Investimento gradual. É uma consequência direta do item 1.

3. Independência dos preços dos combustíveis fósseis, no sentido de que um aumento do petróleo, por exemplo, não aumentaria os custos de utilização da energia solar.
4. Fonte inesgotável.
5. Não poluente na geração.
6. Tempo de maturação distribuído. A energia é utilizada à medida que os coletores vão sendo instalados. Não é necessário, como no caso hidráulico, esperar cerca de 15 anos para utilizar a energia proveniente da fonte.
7. Segurança na utilização. Não há perigo de eventuais choques elétricos, traumáticos ou fatais.
8. Criação de uma nova atividade na economia, com novos empregos permanentes.
9. Atividade com mercado totalmente competitivo; a energia solar por ser abundante não está sujeita a formação de cartéis ou monopólios.
10. Elevado tempo de vida útil.
11. Custo de operação nulo.
12. É totalmente compatível com a idéia de crescimento sustentável.
13. Não contribui no superaquecimento do planeta.
14. Corrige o equívoco do uso de energia elétrica para fins de aquecimento de água.
15. Quebra a cadeia irracional de utilização de energia. No caso de usinas térmicas, gera-se calor, transforma-se em eletricidade, transmite-se eletricidade, gera-se novamente calor e usa-se; essa é a cadeia irracional. Com energia solar simplesmente gera-se calor e usa-se.
16. É a forma mais distribuída de energia.
17. Por último, lembra-se a contribuição na redução da demanda em horários de pico, causando externalidade para a indústria de energia elétrica e evitando investimentos desnecessários em eletricidade.

Os itens 1, 2, 6, 7, 9, 11, 14, 15, 16 e 17 são quase que atributos exclusivos da **ESAA**.



## 7.5 UM MODELO DE DECISÃO PARA O CONSUMIDOR

A decisão de adquirir um aquecedor solar envolve diversas variáveis que têm comportamento aleatório no tempo, como já foi mencionado; por aleatório entenda-se variáveis que são perturbadas por fenômenos que não são controlados pelo decisor no momento da tomada de decisão.

A situação com a qual o decisor se depara é de escolha entre um sistema de aquecimento de água solar e um sistema convencional (ou outro qualquer) que utiliza resistências elétricas para aquecer a água. É muito difícil saber qual a melhor escolha; os fluxos financeiros envolvidos não são simples e a intuição, numa situação complexa como essa, ajuda muito pouco.

Utiliza-se então um modelo matemático, introduzido por Walley e Campello de Souza (1990), que considera algumas das variáveis mais relevantes da decisão, baseado em uma modificação da teoria da decisão que admite indeterminação na escolha e incerteza nas variáveis básicas, que na maioria dos modelos são consideradas essencialmente determinísticas.

A seguir explicita-se uma forma de simular cada situação específica, levando-se em consideração os conhecimentos e sensibilidades do decisor.

### 7.5.1 VARIÁVEIS E PARÂMETROS

Das variáveis e parâmetros, os que têm impactos no cenário de escolha são:

- (a) Capital total disponível pelo decisor, denotado por “a”.
- (b) Custo do equipamento energético alternativo, denotado por “b”.
- (c) Custo do equipamento solar, denotado por “c”.
- (d) Taxa de juros real no instante  $t$ , denotada por “ $I(t)$ ”.
- (e) Consumo de energia elétrica no tempo  $t$ , utilizada para aquecimento de água, denotada por “ $D(t)$ ”.
- (f) Unidades monetárias pagas por unidade de energia consumida (tarifa de energia elétrica), denotada por “ $A(t)$ ”.
- (g) Capital resultante, no tempo  $t$ , no caso de se escolher outro sistema, denotado por “ $G(t)$ ”.

- (h) Capital resultante, no tempo  $t$ , no caso de se escolher o sistema solar, denotado por “ $F(t)$ ”.
- (i) Gastos com manutenção preventiva do equipamento solar, denotado por “ $r(t)$ ”.
- (j) Gastos com manutenção corretiva do equipamento solar, denotado por “ $R(t)$ ”.
- (k) Tempo de vida útil do equipamento solar, denotado por “ $T$ ”.

As variáveis denotadas por letras minúsculas representam quantidades conhecidas enquanto as denotadas por letras maiúsculas representam quantidades desconhecidas.

## 7.5.2 O MODELO GERAL

Assume-se que o sistema solar atende totalmente à demanda, não sendo necessário nenhum sistema de “*backup*”.

Sendo  $F(t)$  o capital no tempo  $t$  resultante do investimento num sistema solar, qualquer excesso de capital é investido numa conta de poupança à taxa  $I(t)$ . Obtém-se assim a equação diferencial de  $F(t)$ :

$$\frac{dF(t)}{dt} = I(t)F(t) - r(t) - R(t) \quad (1)$$

com condição inicial  $F(0) = a-c$ .

Sendo  $G(t)$  o capital no tempo  $t$  resultante do investimento num sistema alternativo e supondo-se que não existem custos de reparo nem manutenção em tal sistema, obtém-se a equação diferencial de  $G(t)$ :

$$\frac{dG(t)}{dt} = I(t)G(t) - A(t)D(t) \quad (2)$$

com condição inicial  $G(0) = a-b$ .

As equações (1) e (2) formam a essência do modelo com o qual se depara o consumidor. Para flexibilizar as suposições sobre as distribuições de probabilidade das variáveis envolvidas, outras considerações devem ser feitas para se utilizar o modelo. Da forma como o modelo será tratado aqui, será possível futuramente utilizar, por exemplo, um estudo empírico sobre as distribuições de probabilidade das variáveis envolvidas.

Primeiramente é necessário discretizar o modelo, para implementá-lo num equipamento de simulação digital. Após isso é necessário considerar o tempo de vida útil do equipamento solar, definir a utilidade do decisor e explicitar probabilidades de perdas e ganhos, mesmo que seja frequentista, com repetições contínuas da simulação. É suposto na análise que o consumidor é neutro ao risco de forma que sua utilidade pode ser representada diretamente pelo valor monetário advindo de seu investimento.

### 7.5.3 TÉCNICA DE SIMULAÇÃO

Para utilizar as equações nesta simulação é conveniente discretizar o modelo. Assume-se o período básico de um ano nas equações a diferenças, também por conveniência, pois este é o período básico na maioria dos estudos econométricos. As equações resultantes são:

$$F(k) = [I(k-1) + 1]F(k-1) - r(k-1) - R(k-1) \quad (1')$$

$$G(k) = [I(k-1) + 1]G(k-1) - A(k-1)D(k-1) \quad (2')$$

com as mesmas condições iniciais.

O interesse do decisor é se, decorrido o tempo de vida útil do equipamento solar, a diferença  $F(k)-G(k)$  é positiva ou negativa. Ou seja, o que interessa para o decisor é se ele obteve vantagem ou perdeu com a aquisição do equipamento solar. A diferença entre os capitais resultantes ou a utilidade desta diferença lhe dará a resposta e é considerada como sendo o *payoff* resultante.

Porém, a maioria das variáveis envolvidas na decisão são aleatórias e é necessário conhecer suas distribuições e gerar valores verossímeis que representem cada variável aleatória dentro da faixa de valores especificada pelo decisor ou especialista consultado.

O sistema é bastante versátil e pode-se atribuir qualquer distribuição de probabilidade às variáveis envolvidas. Essas distribuições podem ser especificadas pelo decisor ou especialista utilizando seus conhecimentos através de um questionário de educação (Campello de Souza, 1993), ou podem ser especificadas distribuições padrões como a binomial, a gaussiana, a exponencial, etc.

Dadas as distribuições é necessário gerar os valores em cada período, de acordo com a faixa atribuída, no caso de distribuições discretas, ou valores específicos que identifiquem a distribuição, no caso contínuo. Os valores são gerados utilizando as técnicas propostas por Yakowitz (1977).

### 7.5.3.1 A Técnica de Yakowitz

A técnica proposta por Yakowitz pode ser facilmente entendida com a ajuda do gráfico 5.

Dada uma distribuição de probabilidades acumuladas de uma variável aleatória qualquer, gera-se, através de um gerador de números pseudo-aleatórios, um número,  $\delta$ , de uma distribuição uniforme entre zero e um. Tomando-se este número como um valor na imagem da distribuição

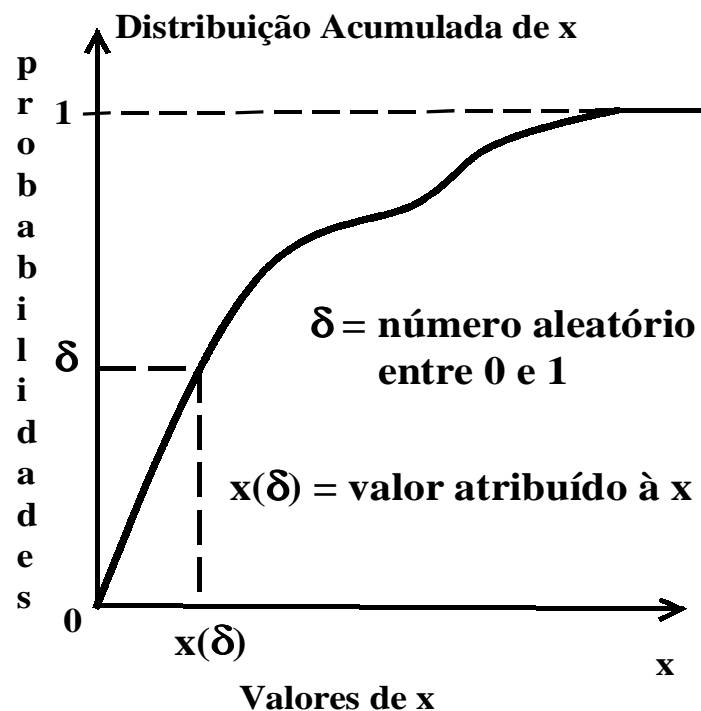


Gráfico 5

acumulada, atribui-se à variável aleatória, o valor do domínio da distribuição equivalente ao número gerado aleatoriamente. Assim, é possível gerar números aleatórios qualquer que seja a distribuição de probabilidade da variável aleatória  $x$ .

No caso em questão surge um inconveniente em se usar tal técnica. Como o modelo foi discretizado, as distribuições de probabilidade também terão formas discretas, de forma que o valor

da variável aleatória ficaria limitado a uns poucos valores se a técnica de Yakowitz fosse utilizada sem modificações. Veja o gráfico 6. Para resolver esse problema foi elaborada uma modificação da técnica de Yakowitz.

### 7.5.3.2 A Técnica Modificada de Yakowitz

A modificação consiste em gerar outro número aleatório uniforme  $\beta$ , no intervalo onde  $\delta$  foi sorteado. Isto é feito no final do procedimento proposto por Yakowitz, de forma que o valor atribuído à variável será dado por:  $x(\delta) = x_i + (x_t - x_i)\beta$ ;  $\beta$  =aleatório entre 0 e 1. Assim,  $x(\delta) =$  aleatório entre  $x_i$  e  $x_t$ , usando-se a notação do gráfico 6.

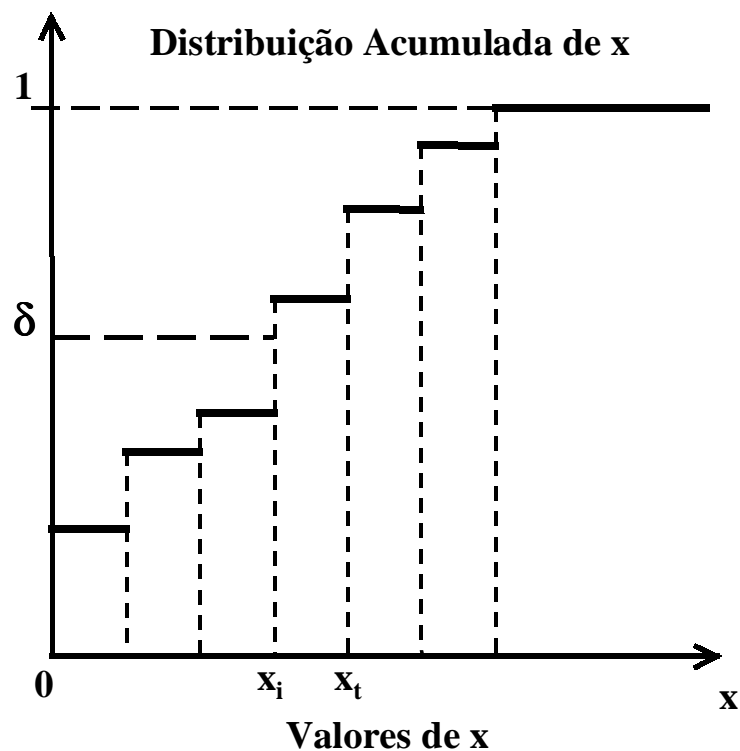


Gráfico 6

De posse dos valores em cada período calcula-se  $F(t)$  e  $G(t)$  em cada período, e considerando-se o tempo de vida útil gerado na simulação, observa-se a utilidade do decisor, representada aqui pela diferença entre  $F(t)$  e  $G(t)$ . A repetição contínua desse procedimento gera

uma série de  $n$  pontos. Considerando-se os valores positivos e negativos da utilidade estima-se as probabilidades frequentistas de sucesso e perda nas  $n$  simulações.

Cabe ao decisor, ou consultores especialistas, atribuir as faixas de valores para:

- a) O tempo de vida útil do equipamento solar, em anos.
- b) As tarifas de energia elétrica residencial, em R\$/kWh. Com as privatizações podem haver variações bastante elevadas.
- c) A taxa de juros real. Com o estouro das bolsas em 1997, a política de juros altos do governo brasileiro tornou inviável a aquisição do equipamento solar para residências.
- d) A demanda do(s) usuário(s) por energia, em kWh / Ano.
- e) A manutenção preventiva do equipamento solar, em R\$ / Ano. A variação aqui se dá pela falta de conhecimento do preço de mercado (quando esse existir) do equipamento solar. Mais uma vez salienta-se que os preços dos equipamentos solar disponíveis atualmente estão acima de preços que eles teriam em um mercado competitivo e maior que o atual, isto é, os preços são elevados também devido à escassez de demanda.
- f) A manutenção corretiva, R\$ / Ano.

Com esses valores a simulação pode ser feita. As probabilidades visualizadas e vários cenários futuros podem ser estudados até que se tome a decisão.

#### **7.5.4 RESULTADOS DE UMA SIMULAÇÃO**

Neste trabalho expõe-se três resultados de simulações, cada um diferindo em aspectos quantitativos das variáveis envolvidas. As diferenças serão classificadas levando em consideração três estados de comportamento humano em situações de incerteza, sendo estes “otimismo”, “moderação” e “pessimismo”, correspondentemente às simulações 1, 2 e 3 expostas adiante.

Considerou-se aqui distribuições binomiais para todas as variáveis aleatórias envolvidas, de forma que o ganho tem distribuição normal. O objetivo é apenas mostrar a flexibilidade de utilização do modelo.

### Simulação 1

Estado Inicial:

Variável	Mínimo	Provável	Máximo	Unidades
Tempo de Vida Útil	6	25	50	ANOS
Tarifa da Energia	0.17	0.25	0.5	R\$/kWh
Taxa de Juros Real	2	4	6	% a.a.
Demanda por Energia	150	250	350	kWh/ANO
Manutenção Preventiva	50	70	100	R\$/ANO
Manutenção Corretiva	0	30	150	R\$/ANO

**Quadro 4**

Resultado Média: **R\$ 301,84**      Probabilidade de Ganho **86,07%**  
 DP: **R\$ 279,69**      Probabilidade de Perda **13,93%**

### Simulação 2

Estado Inicial:

Variável	Mínimo	Provável	Máximo	Unidades
Tempo de Vida Útil	4	20	40	ANOS
Tarifa da Energia	0.17	0.25	0.5	R\$/kWh
Taxa de Juros Real	4	6	8	% a.a.
Demanda por Energia	150	250	350	kWh/ANO
Manutenção Preventiva	50	70	100	R\$/ANO
Manutenção Corretiva	0	30	200	R\$/ANO

**Quadro 5**

Resultado Média: **R\$ 97,06**      Probabilidade de Ganho **60,20%**  
 DP: **R\$ 263,13**      Probabilidade de Perda **39,80%**

### Simulação 3

Estado Inicial:

Variável	Mínimo	Provável	Máximo	Unidades
Tempo de Vida Útil	2	15	30	ANOS
Tarifa da Energia	0.17	0.25	0.5	R\$/kWh
Taxa de Juros Real	6	8	10	% a.a.
Demanda por Energia	150	250	350	kWh/ANO
Manutenção Preventiva	50	70	100	R\$/ANO
Manutenção Corretiva	0	30	300	R\$/ANO

**Quadro 6**

Resultado Média: **R\$-101,51**      Probabilidade de Ganho **51,24%**  
 DP: **R\$ 211,06**      Probabilidade de Perda **48,76%**

## **7.6 POLÍTICAS , PLANEJAMENTOS E SUGESTÕES PARA A ESAA**

Algumas das vantagens da implantação de uma indústria de energia solar para aquecimento de água já devem estar claras neste ponto do texto. Sabe-se também que a instalação de aquecedores solares é um investimento mais em conta que a instalação de uma usina para geração de energia elétrica para atender essa demanda. Além disso, apenas os aquecedores solares, com sua propriedade modular e distribuída, pode diminuir os efeitos do pico de demanda de energia elétrica.

### **7.6.1 PROPOSTA 1**

O alto investimento inicial que dificulta a difusão desse tipo de energético poderia ser dividido pelas partes envolvidas no processo. O consumidor, a empresa produtora de equipamentos de energia solar, a concessionária de energia elétrica (pela externalidade adquirida) e o governo (pelos bens sociais causados; menor taxa de desemprego, maior contribuição ao meio ambiente, etc.).

Pelas especificações técnicas, especificamente a necessidade da dupla tubulação, é necessário que a construção civil seja anexada ao plano; cabe ao governo especificar a legislação necessária a isto em novas construções, como foi proposto no programa solar da ANEEL (1998).

Os investimentos relacionados com a dupla tubulação seria a parte do consumidor na aquisição da energia solar. Isto ocorreria quando da aquisição de um imóvel com estas características.

Os equipamentos necessários, mão de obra e instalação do aquecedor solar seria o investimento da empresa produtora de equipamentos de energia solar, que cederia os equipamentos em troca de uma taxa mensal do usuário, abaixo da taxa paga por energia elétrica equivalente. Parte da taxa seria paga pela companhia de eletricidade local à indústria solar, proporcional à diminuição da demanda nos horários de pico. Caberia ao governo regulamentar, fiscalizar e subsidiar, inicialmente, se for o caso, as taxas mensais.



Com isso, o consumidor recuperaria seu investimento inicial, sendo beneficiado a longo prazo. A empresa de construção civil não perderia. O governo teria gastos adicionais com regulação e fiscalização mas seria compensado pelo aquecimento da economia, a satisfação dos consumidores e os benefícios ao meio ambiente, além da diminuição da taxa de desemprego. A concessionária de energia elétrica poderia recuperar as taxas pagas às empresas de energia solar, com as vendas da potência liberada pelos benefícios da diminuição da demanda nos horários de pico. As empresas de energia solar fariam um investimento inicial alto, porém, menor do que uma usina elétrica e teria mercado garantido. Dessa forma, todos sairão beneficiados, direta ou indiretamente.

### **7.6.2 PROPOSTA 2**

O investimento inicial poderia ser estendido no tempo a juros baixos. Caberia ao governo abrir uma linha de crédito para a instalação de aquecedores solares e dupla tubulação, regulamentar a construção da dupla tubulação para as empresas de construção civil, cobrar as devidas taxas às concessionárias de energia elétrica pela externalidade.

Com isso, o consumidor também seria beneficiado a longo prazo, porém, estaria nesse tempo numa curva de indiferença mais alta, porque após o término do financiamento só caberia a ele a manutenção do equipamento e esse valor monetário é bem inferior à tarifa de energia elétrica. O governo tem as mesmas vantagens que na proposta anterior com a diferença negativa do financiamento. A construção civil novamente não perde. A concessionária de energia elétrica pode novamente vender a energia liberada ou pelo menos não precisar fazer outros investimentos. E finalmente a empresa solar teria um baixo investimento e mercado garantido.

# 8. CONCLUSÕES, COMENTÁRIOS E SUGESTÕES

---

## 8.1 INTRODUÇÃO

A maior conclusão deste trabalho é que tentar entender a dinâmica do sistema econômico é bastante atraente levando o interessado a compor uma agenda de trabalhos e visões infundáveis.

Na seção 8.2 são feitos alguns comentários sobre concordância dos dados do BEN1998 e sobre a privatização da Companhia Hidrelétrica do São Francisco. Na seção 8.3 são expostas as conclusões mais interessantes no entender do autor. Finalmente, na seção 8.4, são feitas várias sugestões para trabalhos futuros.

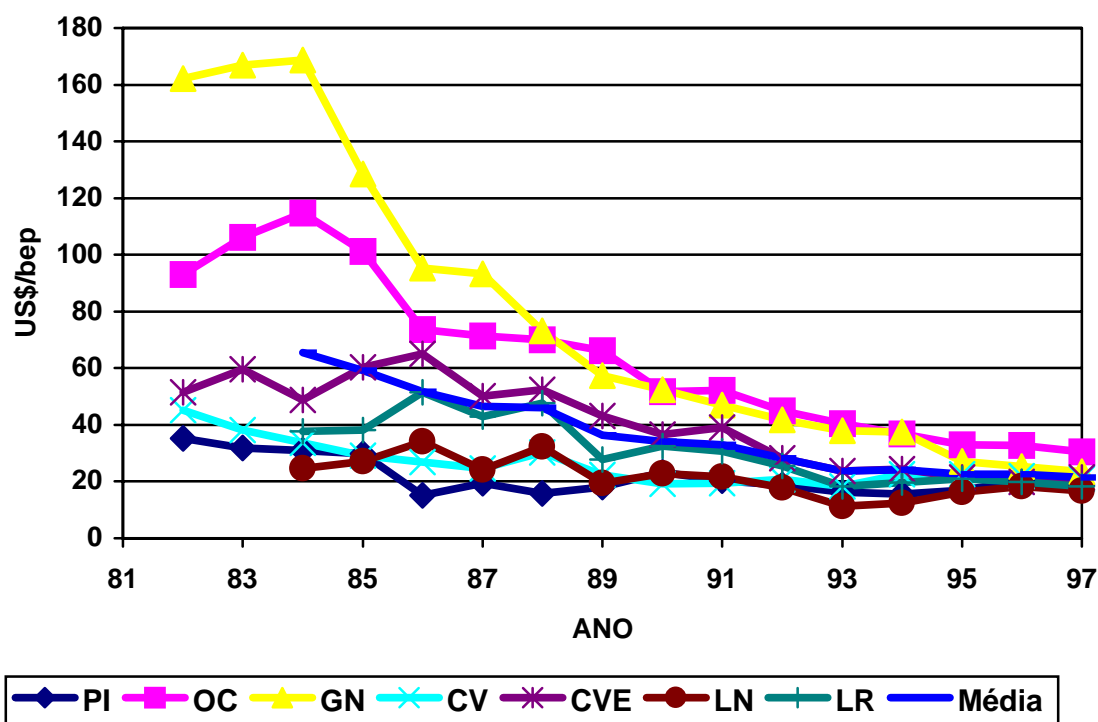
## 8.2 COMENTÁRIOS

### 8.2.1 OS DADOS E O MODELO MACROECONÔMICO

Nas duas análises do modelo da interação entre energia, água e economia do capítulo 6, concluiu-se, entre outras coisas, que os preços dos energéticos, domésticos e externos, devem ser iguais e que a taxa de crescimento da população deve decrescer.

Com os dados de 1982 a 1997 fornecidos pelo BEN1998, pôde-se construir um gráfico dos preços médios em Dólar (US\$) por barril equivalente de petróleo (bep) das energias primárias e outro da evolução da taxa de crescimento da população. Os resultados estão nos gráficos 7 e 8. Os quadros 7 e 8 referem-se às séries históricas dos preços e taxas expostas nos gráficos.

### Preços Médios Constantes de Fontes de Energia (US\$/bep)



\*Fonte BEN1998

Gráfico 7

### Quadro da Evolução dos Preços Médios de Fontes de Energia

Ano	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97
PI	35,3	31,9	30,9	29,7	15,1	19,4	15,9	18,1	23,2	20,4	18,8	16,3	15,5	16,9	20,3	18,8
OC	93,1	106,2	114,7	101,2	73,6	71,3	70,1	66,2	51,7	52,2	44,9	40,4	36,9	33,0	32,7	30,4
GN	162	166,8	168,8	128,6	95,2	93,3	73,1	57,3	52,5	46,9	41,8	37,9	37,5	27,2	25,2	23,4
CV	45,1	38,2	33,7	29,1	26,9	24,7	30,3	22,3	19,3	19,4	20,8	18,4	22,6	22,6	22,0	21,1
CVE	51,5	59,6	48,7	60,2	65,0	50,2	52,3	43,2	36,6	39,1	28,2	23,8	24,3	21,5	19,8	21,5
LN			24,7	27,2	34,1	24,2	32,4	19,5	22,9	21,7	17,9	11,3	12,5	16,2	18,3	16,7
LR			37,7	38,1	51,5	42,8	47,6	27,7	32,6	30,8	25,5	18,4	19,7	20,9	19,9	18,4
<b>Média</b>	-	-	<b>65,60</b>	<b>59,16</b>	<b>51,63</b>	<b>46,56</b>	<b>45,96</b>	<b>36,3</b>	<b>34,1</b>	<b>32,93</b>	<b>28,27</b>	<b>23,79</b>	<b>24,14</b>	<b>22,61</b>	<b>22,60</b>	<b>21,47</b>

\*Fonte: BEN1998

Quadro 7

Onde:

PI = Petróleo Importado (US\$ corrente)      OC = Óleo Combustível BPF      GN = Gás Natural  
 CV = Carvão Vapor      CVE = Carvão Vegetal      LN = lenha nativa      LR = lenha reflorestamento

*Obs: Excetuando-se o petróleo importado, que está em dólar corrente, os outros combustíveis foram convertidos da seguinte forma: moeda nacional corrente convertida a real constante de 1997 pelo IGP, convertido a dólar de 1997 pelo câmbio médio de venda de 1997 (R\$1,078/US\$)*

Os dados fornecem a evidência de que os preços das fontes de energia primária estão tendendo para um preço comum como é previsto pelo modelo.

Obviamente essa tendência pode ser apenas uma coincidência, porém é no mínimo curioso o fato dos dados terem evidenciado tal convergência.

Algumas observações devem ser feitas com respeito às energias primárias e secundárias.

A energia elétrica é uma energia secundária e tem, incorporado ao seu preço, custos de transmissão, distribuição, etc.

A energia hidráulica, ou seja, a queda d'água, é uma energia primária e atualmente não tem preço estabelecido, ou seja, não é usual medir-se bep de queda d'água. Pode-se pensar em atribuir preço a este insumo, através dos custos de construção de uma usina mas, qual o preço de uma queda d'água?

Através do resultado, aqui discutido, pode-se estimar um valor de convergência dos preços para um preço unificado de energéticos e então responder à pergunta.

O melhor método para a estimativa deste valor não é o tema. Usa-se aqui uma média aritmética simples na estimativa e através da série das médias, mostrada no quadro 7, observa-se uma convergência em torno do valor 21,50 US\$/bep. Pode-se porém, politicamente ou cientificamente, optar-se por outra metodologia de estimação. Um caso semelhante é o da conversão de energia elétrica para barris equivalentes de petróleo que tem duas definições (Leite, 1997) e não se pode dizer qual a melhor; pode-se apenas optar por uma ou por outra.

Usando a estimativa feita acima, o valor da queda d'água é próximo aos quarenta e três dólares por barril equivalente de petróleo (US\$ 43,00 / bep), se forem usados os resultados da primeira análise. Para estabelecer este valor usando os resultados da segunda análise é necessário

### Evolução da Taxa de Crescimento da População

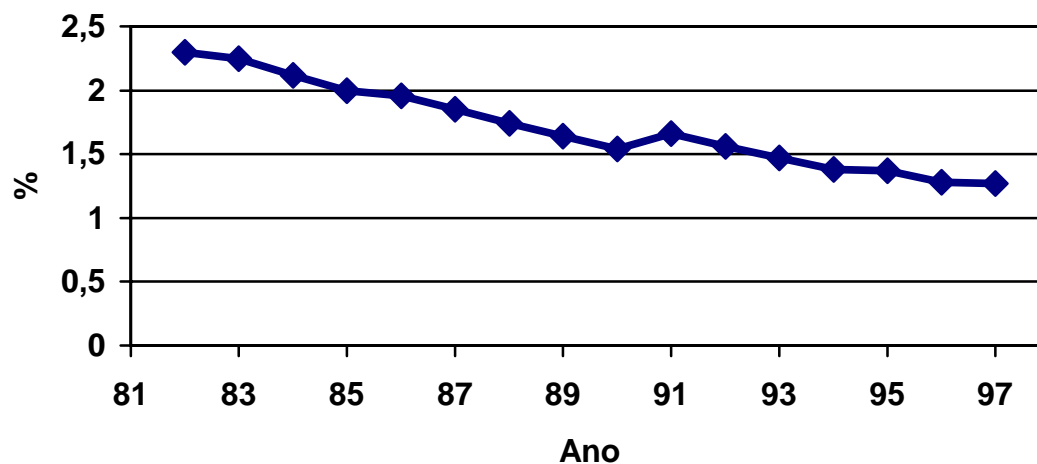


Gráfico 8

estimar também os custos de operação das empresas dos setores hidrelétrico e da água não energética.

### EVOLUÇÃO DA TAXA DE CRESCIMENTO DA POPULAÇÃO

Ano	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97
%	2,30	2,25	2,12	2,00	1,96	1,85	1,74	1,64	1,54	1,66	1,56	1,47	1,38	1,37	1,28	1,27

\* Fonte: BEN1998

Quadro 8

A taxa de crescimento da população vem caindo ao longo do tempo, ou seja, a condição de trajetória ótima para o crescimento da população está sendo atendida.

Essas duas coincidências quando foi posto o modelo em confronto com os dados sugerem um aprofundamento em estudos empíricos para o modelo exposto neste trabalho; isto será discutido na seção 8.4.

## 8.2.2 UMA VISÃO EMPRESARIAL DA PRIVATIZAÇÃO DA HIDRELETRICIDADE

Quando foram feitas as análises no modelo do capítulo 6, também foram expostas ali as interpretações que poderiam ser feitas destas análises. A primeira análise seria de uma economia onde o estado, ou o decisor da sociedade, tivesse controle sobre as taxas de consumo das reservas de recursos naturais, ou por ser possível isto através de legislação, ou por serem as empresas de extração propriedade do estado; empresas públicas. Na segunda análise, o estado não tem mais a posse das empresas de extração, ou porque a legislação não permite mais isto, ou porque o estado cedeu esse controle a empresas privadas.

Suponha que no primeiro caso o estado controle por legislação as taxas de extração e no segundo caso que as empresas privadas tenham explicitamente o controle das taxas de extração. Nos dois casos a empresa poderá controlar a sua produção, logo terá controle sobre a taxa de extração.

Nesta hipótese, no caso específico do setor hidrelétrico, matematicamente, pode-se supor que a empresa estaria se defrontando com o seguinte problema de controle ótimo:

$$\underset{A, E_H}{\text{Max}} J = \int_0^{\infty} e^{-\delta t} p_{VE} (E_H - A) dt \quad (8.1)$$

sujeito à:

$$\frac{dK_i}{dt} = -\mu_i K_i + I_i; \quad i = A, H \quad (8.2)$$

$$E_H = F_H(K_H, L_H) h_H(D) \quad (8.3)$$

$$\frac{dD}{dt} = -(E_H + A); \quad (8.4)$$

Onde  $p_{VE}$  é o preço de venda da hidreletricidade e as demais variáveis têm o mesmo significado que no capítulo 6.

O Hamiltoniano será dado então por:

$$H = e^{-\delta t} [p_{VE}(E_H - A) + \sum_{i=H,A} q_i (\mu_i K_i + I_i) - p_D(E_H + A)] \quad (8.6)$$

onde  $p_A$  seria o valor da água no local ou o preço sombra da água.

Como o Hamiltoniano é linear nas duas variáveis de controle, tem-se uma solução para o problema conhecida como solução *bang-bang* (Intriligator, 1971; Chiang, 1992; Krulce, Roumasset e Wilton, 1997). Neste tipo de solução as condições de otimalidade são analisadas através dos sinais das primeiras derivadas do Hamiltoniano pois sabe-se que a solução é uma solução de canto, ou será imposto utilizar o máximo possível da variável de controle ou o mínimo possível desta. Em termos do modelo acima as condições determinarão as relações que especificarão em quais situações deve-se produzir o máximo possível de hidreletricidade e em quais se deve produzir o máximo possível de água não energética.

As condições de otimalidade são:

$$(8.7) \quad \frac{\partial H}{\partial A} = -p_{VE} - p_D; \quad \text{se } -p_{VE} - p_D > 0 \text{ deve-se tomar o maior valor possível de } A, \text{ caso}$$

contrário deve-se tomar o menor.

$$(8.8) \quad \frac{\partial H}{\partial E_H} = p_{VE} - p_D; \quad \text{se } p_{VE} > p_D \text{ deve-se tomar o maior valor possível de } E_H, \text{ caso contrário}$$

deve-se tomar o menor.

Da condição (8.7) conclui-se que a empresa não cederá água para irrigação e outros usos em nenhum momento, pois,  $p_{VE}$  e  $p_D$  são preços e a derivada será sempre menor que zero o que faz a empresa tomar a decisão de nunca ceder água para a produção de bens não energéticos.

Em (8.8) o preço de venda da hidreletricidade, isto é, da queda d'água, deve ser maior que o valor da água no local para que a empresa produza tudo o que pode de hidreletricidade, caso contrário ela não deve produzir nada. Essa exigência entra em conflito com as condições de otimalidade no caso do modelo macroeconômico onde o estado é o decisor e conseqüentemente a empresa privada e a sociedade terão interesses e objetivos bastante conflitantes.

## 8.3 CONCLUSÕES

Pode-se concluir deste trabalho que, enquanto existir o *tradeoff* dos usos das águas como tratado aqui, o melhor uso para este insumo é para a produção de bens não energéticos, pois este é um uso mais nobre, economicamente falando.

Supondo que os preços que podem ser cobrados pela água, tanto pelas empresas do setor hidrelétrico, quanto pelas empresas do setor de água não energética, sejam os mesmos, o preço de mercado da água deve ser o dobro do preço dos energéticos, qualquer que seja o conjunto de variáveis de controle utilizado do capítulo 6. Assim, quando se usa água para produzir energia ao invés de bens não energéticos, está se atribuindo ao insumo água metade do seu valor.

Os preços de todos os energéticos, inclusive os importados, devem ser iguais; não deve haver subsídios para nenhum setor; todos devem pagar o mesmo preço (Campello de Souza, 1997).

As indústrias extratoras de recursos naturais devem pagar uma taxa para financiamento de pesquisas em fontes de energia ilimitada, para com isso se tentar reestabelecer o estado energético do sistema.

A energia solar é um substituto bastante atraente para os combustíveis fósseis e além disso deve ser usada como substituto imediato de parte da energia hidrelétrica através de aquecedores solares. A formação de um mercado de energia solar, principalmente no nordeste do Brasil, onde a irradiação é abundante, aqueceria a economia, gerando novos empregos diretos e indiretos, despertaria um maior interesse na evolução tecnológica deste novo setor e seria um mercado de livre concorrência.

Por fim, o problema da interação entre energia, água e economia precisa de mais contribuições científicas pois é um problema difícil de tratar e difícil de entender.



## 8.4 SUGESTÕES

### 8.4.1 MODELO MACROECONÔMICO: DESCRITIVO OU NORMATIVO?

As evidências expostas na seção 8.2.1 sugerem que o modelo macroeconômico possa estar descrevendo a atual situação econômica. Sugere-se então um estudo empírico para se saber se é possível utilizar este modelo de forma descritiva, ao invés de normativa, como feito aqui.

Sugere-se testes empíricos no modelo para que se possa aceitar ou rejeitar a hipótese de modelo descritivo.

Vários trabalhos (Krautkraemer, 1998; Davis e Moore, 1998) comentam a falta de evidências empíricas que comprovem a regra de Hotelling pois esta supervaloriza as reservas dos recursos. Isto é, o valor das reservas não cresce com a taxa de juros e sim menos que ela. Na segunda análise do capítulo 6, a equação (57):  $\dot{p}_i = \delta p_i - q \frac{\partial F}{\partial L_0} \frac{\partial E_i / \partial D_i}{\partial E_i / \partial L_i}$  mostra que realmente esses autores têm razão.

E essa pode ser mais uma das evidências, que deve ser testada empiricamente, e que comprove a hipótese de que o modelo seja descritivo.

Teoricamente pode-se ter várias explicações.

A abertura das economias, isto é, a globalização, pode ser uma delas. E esta parece estar criando uma maior autonomia do sistema econômico geral; o sistema aparenta, em algumas partes, seguir trajetórias próprias às suas condições. Dessa forma, a mão invisível concebida por Adam Smith, aparentemente, está cada vez mais forte; o sistema está ficando cada vez mais autônomo. Essa autonomia pode ser dita verdadeira no nível de agregação usado.

No caso da hipótese ser verdadeira, as políticas de planejamento deverão primeiro observar os cursos seguidos pelo sistema e então tentar redirecionar as trajetórias para os cursos estabelecidos no modelo.

A teoria da Autopoiese de Maturana e Varela (Whitaker, 1996) pode ser usada para tentar esclarecer a questão. Ela trata de sistemas que se autoreproduzem, isso é, o sistema interfere nos agentes e os agentes interferem no sistema por serem parte integrante e observarem este.

A literatura já teria uma classificação para o sistema econômico. Na classificação de sistemas de controle feita por Solodovnikov, o sistema econômico poderia ser formalmente classificado como um sistema de controle automático adaptativo auto organizado ativo de ciclo aberto com pesquisa (Campello de Souza, 1970).

Essa abordagem aumentaria a importância da elaboração cuidadosa de modelos, principalmente os de otimização, pois, sendo este um suposto indicador do curso ótimo poderia caracterizar a existência de forças interdependentes que fizessem com que o sistema se auto – organizasse e se auto – produzisse.

Quando se trata de um processo de otimização dinâmica, a abordagem tradicional geralmente impunha, para representação da função objetivo: ou um planejamento centralizado, ou uma atividade descentralizada por firmas e consumidores posteriormente agregadas como se o setor privado nacional maximizasse esse funcional objetivo. Seguindo o raciocínio de Campello de Souza (1997), “sabe-se que sob condições de competição perfeita, a operação do sistema de mercado resultaria numa alocação ótima de recursos maximizando os lucros dos produtores e as utilidades dos consumidores”. Porém, “em muitos setores da atividade econômica no Brasil”, e das economias em geral, “principalmente no setor energético, argumenta-se que existe uma série de razões pelas quais o sistema de mercado pode falhar e os recursos não serem usados eficientemente. Segundo esses argumentos, algumas das condições que sugerem a necessidade de algum tipo de autoridade central que coordene e guie o comportamento de muitos agentes econômicos nos setores energéticos são:

- 1) estruturas oligopólicas de mercado;
- 2) externalidades negativas (tais como poluição);
- 3) existência de monopólios técnicos naturais, como no caso da energia elétrica, por exemplo;

4) não renovabilidade dos recursos; e

5) objetivos extra – econômicos, tais como a independência de fontes externas de suprimento.

Sob essas condições seria interessante que uma agência de coordenação pudesse intervir. Mas para que essa intervenção seja efetiva uma análise detalhada do problema se impõe”.

O interesse de uma agência de coordenação é mais que justificado, mas um mercado ou é livre, ou é coordenado, ou é auto-coordenado. As interações entre as economias, supondo a hipótese de descrição como verdadeira, tomaram as rédeas das mãos de qualquer agência coordenadora e alguns dados empíricos podem estar revelando que o sistema econômico pode estar caminhando em direção às condições de otimalidade impostas pelo Princípio do Máximo de Pontryagin. Porém, analiticamente o mercado não é perfeitamente livre, nem tão pouco coordenado por uma única agência, assim, por exclusão, o mercado pode ter sua “dança” própria, imposta pelas interações de seus componentes, os agentes econômicos.

A teoria dos jogos, que esclarece bastante as dependências de decisões por interação, também pode ser usada como base para explicar essa “dança” própria. Às vezes, nesta teoria, a coordenação entre as partes garante uma resposta ótima, mas deve haver sinalização e comunicação entre as partes. Uma abordagem destas poderia também ajudar a esclarecer a questão. É uma teoria nova com muitas características interessantes e permite inclusive o tratamento dinâmico dessa coordenação.

Um estudo mais profundo sobre a exclusão da presença de uma agência reguladora nas aplicações do Princípio do Máximo de Pontryagin, em modelos econômicos de crescimento, deve ser feito para elucidar, em bases mais sólidas essa suposta auto – gerência do sistema econômico.

A própria teoria da firma poderia ser usada em tal elucidação. Cada empresa pensa em si e no seu objetivo, obedecendo às restrições de mercado e de reações de outras empresas. Cada integrante de uma empresa é em si um trabalhador e se cada empresa maximiza suas posses e cada trabalhador maximiza sua utilidade, espera-se que na média isto esteja coincidindo com a maximização da satisfação de um trabalhador médio.

A segunda análise feita no capítulo 6, fugiu ao caso clássico de se controlar a taxa de extração das reservas naturais. A seleção das variáveis de controle, observada pelo ângulo aqui discutido, pode ser supostamente vista como uma seleção de variáveis que seriam difíceis de serem controladas por uma entidade centralizadora. A maximização é então supostamente feita pelas forças de mercado e interesses individuais, o que seria uma explicação plausível.

Pode-se pensar num horizonte finito para o funcional do modelo, de forma que diversas condições de transversalidades poderão ser exploradas.

Com esta nova abordagem não se pode mais crer que uma agência centralizadora tenha imposto os caminhos ótimos. Caso exista uma agência centralizadora ela será o próprio sistema econômico.

Fica então a sugestão de expandir esta discussão.

#### **8.4.2 RESTRIÇÕES À CESSÃO DA HIDRELETRICIDADE À INICIATIVA PRIVADA**

Sugere-se aqui um estudo sobre o modelo matemático da empresa privada exposto na seção 8.2.2. É necessário estabelecer e acrescentar restrições para que o modelo se ajuste melhor a realidade. É necessário então saber que restrições seriam necessárias para que a empresa privada, mesmo com o controle das taxas de extração, tenha atitudes que interessem ao sistema como um todo.

Em princípio uma das restrições seria a de que se deveria produzir uma cota mínima de energia, independentemente dos preços relativos da água e da energia. Outra restrição seria a de que nem toda água seria usada na geração de energia hidrelétrica. Note-se entretanto que essas duas restrições não mudam a natureza da solução, que ainda seria uma solução de canto. Outras restrições, mais específicas são necessárias.

O funcional objetivo da empresa, explicitado na expressão (8.1), representa a maximização da receita total ao longo do tempo. Poder-se-ia pensar na maximização do lucro, seria necessário, neste caso, a explicitação das funções custos da hidreletricidade e da água não energética.

Como sugerido no final da seção 8.4.1. pode-se explorar também, as conseqüências do caso de um horizonte finito de planejamento.

### **8.4.3 AJUSTES NO MODELO DO CONSUMIDOR**

Obter empiricamente as distribuições de probabilidade do modelo do capítulo 7 e encontrar valores verossímeis para a previsão das variáveis é de fundamental importância na continuação da prova ou evidência da viabilidade da energia solar.

Incorporar as utilidades de cada consumidor que fará uso do modelo também é um estudo viável, dado que já existe literatura ( Campello de Souza, 1993) para se tentar esse caminho. Pode-se também incorporar utilidades para comportamentos padrões como consumidores avessos ao risco, tomadores de risco e qualquer combinação linear destes.

Também se pode pensar em fazer outros usos do modelo. Por exemplo, poderia se utilizar o modelo para estabelecer o quanto seria necessário financiar, do valor inicial de um equipamento solar, para se ter maior probabilidade de adeptos a esses sistemas.

# APÊNDICE

---

## I. O PRINCÍPIO DO MÁXIMO

O princípio do máximo, muitas vezes referido como o princípio do máximo de Pontryagin, é um dos enfoques mais úteis para problemas de controle dinâmico. Ele trata diretamente com restrições gerais sobre as variáveis de controle e, diferentemente do cálculo das variações, sugere a natureza da solução. Essa abordagem tem sido o enfoque básico do cálculo de controles ótimos em muitos problemas importantes não só de economia como também de matemática e engenharia.

A forma geral de um problema de controle onde se pode fazer uso do princípio do máximo é:

$$\text{Max}_{\{u(t)\}} J = \int_{t_0}^{t_1} I(x, u, t) dt + F(x_1, t_1)$$

$$\dot{x} = f(x, u, t)$$

$$\left. \begin{array}{l} x(t_0) = x_0 \\ x(t_1) = x_1 \end{array} \right\} \text{ou } T(x, t_1) = 0$$

$$\{u(t)\} \in U,$$

onde  $I(\dots)$ ,  $F(\dots)$  e  $f(\dots)$  são funções continuamente diferenciáveis;  $x_0$ ,  $t_0$  são parâmetros dados;  $x_1$  ou  $t_1$  são parâmetros dados (ou  $T(x, t_1) = 0$  define uma superfície terminal); e  $\{u(t)\}$ , a trajetória do controle, deve pertencer ao conjunto de controle  $U$  dado,  $u(t)$  deve ser uma função contínua por partes,  $u(t) \in \Omega \subset \mathfrak{R}^r$ ,  $\Omega \neq \emptyset$ ,  $\Omega$  compacto.

A aplicação do princípio do máximo consiste em se introduzir as variáveis do co-estado  $y(t)$  e uma função Hamiltoniana, ou Hamiltoniano (equivalente grosseiramente à função Lagrangiana do caso estático). Transforma-se então o problema original num novo problema equivalente, de tal

forma que as condições de otimalidade para o novo problema são condições para otimizar o problema original.

Um resumo dessas condições é:

O Hamiltoniano é dado por:

$$H(x, u, y, t) = I(x, u, t) + y^T f(x, u, t)$$

O procedimento é então:

$$\underset{u \in U}{\text{Max}} H(x, u, y, t) \quad \forall t \in [t_0, t_1]$$

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial y}, \quad x(t_0) = x_0$$

$$\dot{y} = -\frac{\partial H}{\partial x}, \quad y(t_1) = \frac{\partial F}{\partial x_1}$$

Isto é, identifica-se o Hamiltoniano e obtêm-se as condições necessárias de otimalidade derivando-se este com relação as variáveis de estado e co-estado; e maximiza-se este por uma escolha das variáveis de controle, o que equiivale, numa suposta solução interior, às condições de primeira ordem em relação a  $u$ . É o que se faz adiante.

Obs.: O índice  $i$  sempre será usado na intenção de compactar a exposição a seguir, de forma que se deve ficar atento aos valores por ele assumido em cada utilização.

## II DESENVOLVIMENTO DAS CONDIÇÕES DE OTIMALIDADE

O problema é dado por:

$$\text{Max } J = \int_0^{\infty} e^{-\delta t} Lu(c, \alpha, \beta) dt \quad (1)$$

sujeito à:

$$F(K_0, L_0, E, A) = I_0 + I_A + I_H + I_R + I_{NR} + s(E_E) + L.c \quad (2)$$

$$\frac{dK_i}{dt} = -\mu_i K_i + I_i ; i = 0, A, H, R, NR. \quad (3)$$

$$E = E_H + E_R + E_{NR} + E_E - A - L.\alpha \quad (4)$$

$$E_i = F_i(K_i, L_i)h_i(D_i) \quad , i = R, NR \quad (5)$$

$$\frac{dD_i}{dt} = -E_i \quad ; \quad i = R, NR \quad (6)$$

$$A = F_A(K_A, L_A)h_A(D) \quad (7)$$

$$E_H = F_H(K_H, L_H)h_H(D) \quad (8)$$

$$\frac{dD}{dt} = -(E_H + A); \quad (9)$$

$$\frac{dL}{dt} = \beta L \quad (10)$$

$$L = L_0 + L_H + L_R + L_{NR} + L_A \quad (11)$$

As variáveis de estado são:

$$K_i, i = 0, R, NR, H, A ;$$

$$D_i, i = R, NR$$

$$D \text{ e } L.$$

E o hamiltoniano é dado, para as duas análises, por:

$$\boxed{H = e^{-\delta t} [Lu(c, \alpha, \beta) + \sum_{i=0,R,NR,H,A} q_i (\mu_i K_i + I_i) - \sum_{i=R,NR} p_i E_i - p_D (E_H + A) + q_L \beta L]} \quad (12)$$



onde  $e^{-\delta t} q_i$ ,  $e^{-\delta t} p_i$ , e  $e^{-\delta t} q_L$  são as variáveis de co-estado descontadas no tempo.

Nas duas análises é suposto que a solução é interior.

Para facilitar o acompanhamento das análises serão expostas abaixo algumas derivadas freqüentemente usadas.

Explicitando-se a variável  $c$  na expressão (2) tem-se:

$$c = \frac{1}{L} [F(K_0, L_0, E, A) - I_0 - I_A - I_H - I_R - I_{NR} - s(E_E)]$$

Donde se obtém:

$$\frac{\partial c}{\partial F} = \frac{1}{L}; \quad \frac{\partial c}{\partial I_i} = -\frac{1}{L}, \quad i = 0, A, E, R, NR; \quad \frac{\partial c}{\partial s} = -\frac{1}{L};$$

De (4) obtém-se:

$$\frac{\partial E}{\partial E_i} = 1; \quad \frac{\partial E}{\partial A} = -1; \quad \frac{\partial E}{\partial \alpha} = -L.$$

## II.1 PRIMEIRA ANÁLISE

As forças de controle que comporão a primeira análise serão:

$$I_i, \quad i = 0, R, NR, H, A$$

$$E_i, \quad i = R, NR, H$$

$$A, \quad E_E, \quad \alpha \text{ e } \beta$$

As variáveis  $L$ ,  $L_i$  ( $i = 0, R, NR, H, A$ ),  $E$ ,  $c$  dependerão do estado e do controle

As condições são:

**i) Para maximização do Hamiltoniano:**

$$i.1) \quad \frac{\partial H}{\partial I_i} = 0; \quad i = R, NR, H, A, 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial I_i} = e^{-\delta t} [L \cdot \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial I_i} + q_i] = e^{-\delta t} [L \cdot \frac{\partial u}{\partial c} (-\frac{1}{L}) + q_i] = 0$$

$$\boxed{q_i = \frac{\partial u}{\partial c} \quad i = R, NR, H, A,} \quad (13)$$

$$\text{i.2)} \quad \frac{\partial H}{\partial A} = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial A} = e^{-\delta t} [L \cdot \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial F} (\frac{\partial F}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial A} + \frac{\partial F}{\partial A}) - p_D] = 0 \quad ;$$

$$\boxed{p_D = \frac{\partial u}{\partial c} \left( \frac{\partial F}{\partial A} - \frac{\partial F}{\partial E} \right)} \quad (14)$$

$$\text{i.3)} \quad \frac{\partial H}{\partial E_i} = 0; \quad i = R, NR$$

$$\frac{\partial H}{\partial E_i} = e^{-\delta t} [L \cdot \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial F} (\frac{\partial F}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial E_i} - p_i)] = 0 \quad ;$$

$$\boxed{p_i = \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial F}{\partial E}} \quad (15)$$

$$\text{i.4)} \quad \frac{\partial H}{\partial E_H} = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial E_H} = e^{-\delta t} [L \cdot \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial F} (\frac{\partial F}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial E_H} - p_D)] = 0 \quad ;$$

$$\boxed{p_D = \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial F}{\partial E}} \quad (16)$$

$$\text{i.5)} \quad \frac{\partial H}{\partial E_E} = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial E_E} = e^{-\delta t} [L \cdot \frac{\partial u}{\partial c} (\frac{\partial c}{\partial F} \frac{\partial F}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial E_E} + \frac{\partial c}{\partial s} \frac{ds}{dE_E})] = e^{-\delta t} [\frac{\partial u}{\partial c} (\frac{\partial F}{\partial E} - \frac{ds}{dE_E})] = 0 \quad ;$$

$$\boxed{\frac{\partial F}{\partial E} = \frac{ds}{dE_E}} \quad (17)$$

$$\text{i.6)} \quad \frac{\partial H}{\partial \alpha} = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial \alpha} = e^{-\delta t} [L (\frac{\partial u}{\partial \alpha} + \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial F} \frac{\partial F}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial \alpha})] = 0 \quad ;$$

$$\boxed{\frac{\partial F}{\partial E} = \frac{\partial u / \partial \alpha}{\partial u / \partial c}} \quad (18)$$

$$i.7) \quad \frac{\partial H}{\partial \beta} = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial \beta} = e^{-\delta t} [L \frac{\partial u}{\partial \beta} + q_L L] = 0 \quad ;$$

$$\boxed{q_L = -\frac{\partial u}{\partial \beta}} \quad (19)$$

**ii) Para as variáveis de co-estado :**

$$ii.1) \quad \frac{de^{-\delta t}}{dt} p_i = -\frac{\partial H}{\partial D_i} \quad i = R, NR \quad ;$$

$$e^{-\delta t} (\dot{p}_i - \delta p_i) = -e^{-\delta t} [L \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial F} \frac{\partial F}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial D_i} \frac{\partial E_i}{\partial D_i} - p_i \frac{\partial E_i}{\partial D_i}] =$$

$$= -e^{-\delta t} [\frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial F}{\partial E} - p_i] \frac{\partial E_i}{\partial D_i}$$

$$\boxed{\dot{p}_i = \delta p_i + (p_i - \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial F}{\partial E}) \frac{\partial E_i}{\partial D_i}} \quad (20)$$

Válida para  $i = R, NR$ .

$$ii.2) \quad \frac{de^{-\delta t}}{dt} p_D = -\frac{\partial H}{\partial D} \quad ;$$

$$e^{-\delta t} (\dot{p}_D - \delta p_D) =$$

$$= -e^{-\delta t} \{L \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial F} [\frac{\partial F}{\partial E} (\frac{\partial E}{\partial E_H} \frac{\partial E_H}{\partial D} + \frac{\partial E}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial D}) + \frac{\partial F}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial D}] - p_D (\frac{\partial E_H}{\partial D} + \frac{\partial A}{\partial D})\} \quad ;$$

$$\boxed{\dot{p}_D = \delta p_D + (p_D - \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial F}{\partial E}) \frac{\partial E_H}{\partial D} + (p_D + \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial F}{\partial A}) \frac{\partial A}{\partial D}} \quad (21)$$

$$ii.3) \quad \frac{de^{-\delta t}}{dt} q_i = -\frac{\partial H}{\partial K_i} \quad ; i = R, NR$$

$$e^{-\delta t} (\dot{q}_i - \delta q_i) = -e^{-\delta t} [L \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial F} \frac{\partial F}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial K_i} \frac{\partial E_i}{\partial K_i} + q_i \mu_i - p_i \frac{\partial E_i}{\partial K_i}] \quad ;$$

$$\boxed{\dot{q}_i = (\delta - \mu_i) q_i + (p_i - \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial F}{\partial E}) \frac{\partial E_i}{\partial K_i}} \quad (22.1)$$

$$\text{ii.4)} \quad \frac{de^{-\delta t}}{dt} q_H = -\frac{\partial H}{\partial K_H} \quad ;$$

$$e^{-\delta t} (\dot{q}_H - \delta q_H) = -e^{-\delta t} \left[ L \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial F} \frac{\partial F}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial E_H} \frac{\partial E_H}{\partial K_H} + q_H \mu_H - p_D \frac{\partial E_H}{\partial K_H} \right] \quad ;$$

$$\boxed{\dot{q}_H = (\delta - \mu_H) q_H + \left( p_D - \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial F}{\partial E} \right) \frac{\partial E_H}{\partial K_H}} \quad (22.2)$$

$$\text{ii.5)} \quad \frac{de^{-\delta t}}{dt} q_A = -\frac{\partial H}{\partial K_A} \quad ;$$

$$e^{-\delta t} (\dot{q}_A - \delta q_A) = -e^{-\delta t} \left[ L \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial F} \left( \frac{\partial F}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial K_A} + \frac{\partial F}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial K_A} \right) + q_A \mu_A - p_D \frac{\partial A}{\partial K_A} \right] \quad ;$$

$$\boxed{\dot{q}_A = (\delta - \mu_A) q_A + \frac{\partial A}{\partial K_A} \left[ p_D - \frac{\partial u}{\partial c} \left( \frac{\partial F}{\partial A} - \frac{\partial F}{\partial E} \right) \right]} \quad (23)$$

$$\text{ii.6)} \quad \frac{de^{-\delta t}}{dt} q_0 = -\frac{\partial H}{\partial K_0} \quad ;$$

$$e^{-\delta t} (\dot{q}_0 - \delta q_0) = -e^{-\delta t} \left[ L \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial F} \frac{\partial F}{\partial K_0} - q_0 \mu_0 \right] \quad ;$$

$$\boxed{\dot{q}_0 = (\delta - \mu_0) q_0 - \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial F}{\partial K_0}} \quad (24)$$

$$\text{ii.7)} \quad \frac{de^{-\delta t}}{dt} q_L = -\frac{\partial H}{\partial L} \quad ;$$

$$e^{-\delta t} (\dot{q}_L - \delta q_L) = -e^{-\delta t} \left\{ L \frac{\partial u}{\partial c} \left[ -\frac{1}{L} c + \frac{1}{L} \left( \frac{\partial F}{\partial L_0} \frac{\partial L_0}{\partial L} + \frac{\partial F}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial L_0} \right) \right] + u + \beta q_L \right\} \quad ;$$

$$\boxed{\dot{q}_L = (\delta - \beta) q_L + \frac{\partial u}{\partial c} \left( c - \frac{\partial F}{\partial L_0} - \alpha \frac{\partial F}{\partial E} \right) - u} \quad (25)$$

**iii ) Para as variáveis de estado as condições são as equações diferenciais do modelo original.**

## II.2 SEGUNDA ANÁLISE

As forças de controle são:

$$I_i, \quad i = 0, R, NR, H, A$$

$$L_i, \quad i = R, NR, H, A$$

$$E_E, \quad \alpha \quad e \quad \beta.$$

As variáveis  $L_0$ ,  $E_i$  ( $i = R, NR, H$ ),  $E$ ,  $A$  e  $c$  dependerão do estado e do controle.

As condições são:

**i) Para maximização do Hamiltoniano:**

$$i.1) \quad \frac{\partial H}{\partial I_i} = 0; \quad i = 0, R, NR, H, A$$

$$\frac{\partial H}{\partial I_i} = e^{-\delta t} [L \cdot \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial I_i} + q_i] = e^{-\delta t} [L \cdot \frac{\partial u}{\partial c} (-\frac{1}{L}) + q_i] = 0$$

$$\boxed{q = \frac{\partial u}{\partial c}} \quad (26)$$

onde  $q$  é um valor comum para todos os  $i$ 's ( $i = R, RN, A, H, 0$ ).

$$i.2) \quad \frac{\partial H}{\partial L_i} = 0; \quad i = R, NR$$

$$\frac{\partial H}{\partial L_i} = e^{-\delta t} [L \cdot \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial F} (\frac{\partial F}{\partial L_0} \frac{\partial L_0}{\partial L_i} + \frac{\partial F}{\partial E} \frac{\partial F_i}{\partial L_i}) - p_i \frac{\partial E_i}{\partial F_i} \frac{\partial F_i}{\partial L_i}] = 0 ;$$

$$\boxed{p_i = \frac{\partial u}{\partial c} [\frac{\partial F}{\partial E} - \frac{1}{h_i(D_i)} (\frac{\partial F / \partial L_0}{\partial F_i / \partial L_i})]} \quad (27) \quad \text{para } i = R, RN$$

$$i.3) \quad \frac{\partial H}{\partial L_H} = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial L_H} = e^{-\delta t} [L \cdot \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial F} (\frac{\partial F}{\partial L_0} \frac{\partial L_0}{\partial L_H} + \frac{\partial F}{\partial E} \frac{\partial F_H}{\partial L_H}) - p_D \frac{\partial E_H}{\partial F_H} \frac{\partial F_H}{\partial L_H}] = 0 ;$$

$$\boxed{p_D = \frac{\partial u}{\partial c} [\frac{\partial F}{\partial E} - \frac{1}{h_H(D)} (\frac{\partial F / \partial L_0}{\partial F_H / \partial L_H})]} \quad (28)$$

$$i.4) \quad \frac{\partial H}{\partial L_A} = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial L_A} = e^{-\delta t} \left[ L \cdot \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial F} \left( \frac{\partial F}{\partial L_0} \frac{\partial L_0}{\partial L_A} + \frac{\partial F}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial F_A} \frac{\partial F_A}{\partial L_A} + \frac{\partial F}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial F_A} \frac{\partial F_A}{\partial L_A} \right) - p_D \frac{\partial A}{\partial F_A} \frac{\partial F_A}{\partial L_A} \right] = 0 \quad ;$$

$$p_D = \frac{\partial u}{\partial c} \left[ \frac{\partial F}{\partial A} - \frac{\partial F}{\partial E} - \frac{1}{h_A(D)} \left( \frac{\partial F / \partial L_0}{\partial F_A / \partial L_A} \right) \right] \quad (29)$$

$$i.5) \quad \frac{\partial H}{\partial E_E} = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial E_E} = e^{-\delta t} \left[ L \cdot \frac{\partial u}{\partial c} \left( \frac{\partial c}{\partial F} \frac{\partial F}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial E_0} + \frac{\partial c}{\partial s} \frac{ds}{dE_E} \right) = e^{-\delta t} \left[ \frac{\partial u}{\partial c} \left( \frac{\partial F}{\partial E} - \frac{ds}{dE_E} \right) \right] = 0 \quad ;$$

$$\boxed{\frac{\partial F}{\partial E} = \frac{ds}{dE_E}} \quad (17)$$

$$i.6) \quad \frac{\partial H}{\partial \alpha} = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial \alpha} = e^{-\delta t} L \left( \frac{\partial u}{\partial \alpha} + \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial F} \frac{\partial F}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial \alpha} \right) = 0 \quad ;$$

$$\boxed{\frac{\partial F}{\partial E} = \frac{\partial u / \partial \alpha}{\partial u / \partial c}} \quad (18)$$

$$i.7) \quad \frac{\partial H}{\partial \beta} = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial \beta} = e^{-\delta t} \left[ L \frac{\partial u}{\partial \beta} + q_L L \right] = 0 \quad ;$$

$$\boxed{q_L = -\frac{\partial u}{\partial \beta}} \quad (19)$$

## ii) Para as variáveis de co-estado e de estado:

As relações (20) à (25) e as restrições do problema original são válidas também nessa análise, dado que as variáveis de co-estado e de estado são as mesmas.

### III DESENVOLVIMENTO DAS RELAÇÕES CONSEQÜENTES

#### III.1 PRIMEIRA ANÁLISE

De (13) obtém-se um valor comum para os  $q_i$ 's (excetuando-se  $q_L$ ).

$$\boxed{q = \frac{\partial u}{\partial c}} \quad (26)$$

válida para todo  $i$ .

De (15) e (16) obtém-se um valor comum para os  $p_i$ 's.

$$\boxed{p = \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial F}{\partial E}} \quad (34)$$

Substituindo (26) em (34) obtém-se:

$$\boxed{\frac{\partial F}{\partial E} = \frac{p}{q}} \quad (35)$$

De (14) e (16) obtém se a relação:

$$\boxed{\frac{\partial F}{\partial A} = 2 \frac{\partial F}{\partial E}} \quad (36)$$

Substituindo (26) e (35) em (20) obtém-se:

$$\dot{p} = \delta p + (p - q \frac{p}{q}) \frac{\partial E_i}{\partial D_i} \Rightarrow \boxed{\frac{\dot{p}}{p} = \delta} \quad (37)$$

Substituindo (26), (35) e (36) em (21) confirma-se (37)

$$\dot{p} = \delta p + (p - q \frac{p}{q}) \frac{\partial E_H}{\partial D_A} + (p + q \frac{p}{q} - q 2 \frac{p}{q}) \frac{\partial A}{\partial D_A} = \delta p$$

Usando (26) e (35) em (22.1) e (22.2) obtém-se:

$$\dot{q}_i = (\delta - \mu_i) q_i + (p_i - q \frac{p}{q}) \frac{\partial E_i}{\partial K_i} \Rightarrow \boxed{\frac{\dot{q}_i}{q_i} = \delta - \mu_i} \quad (38)$$

válida para  $i = R, NR, H$ .

Usando (26), (35) e (36) em (23) obtém-se:

$$\dot{q}_A = (\delta - \mu_A)q_A + p \frac{\partial A}{\partial K_A} - q \left( 2 \frac{p}{q} \frac{\partial A}{\partial K_A} - \frac{p}{q} \frac{\partial A}{\partial K_A} \right) \Rightarrow \boxed{\frac{\dot{q}_A}{q_A} = \delta - \mu_A} \quad (39)$$

As relações (38) e (39) impõem a igualdade seguinte, que estabelece um valor comum para os  $\mu_i$ 's do setor energético e água:

$$\boxed{\mu_A = \mu_H = \mu_R = \mu_{RN} = \mu} \quad (40)$$

De (26), (38), (39) e (40):  $\boxed{\frac{\dot{q}}{q} = \delta - \mu} \quad (41)$

Usando (26) em (24) obtém-se:

$$\dot{q} = (\delta - \mu_o)q - q \frac{\partial F}{\partial K_o} \Rightarrow \boxed{\frac{\dot{q}}{q} = \delta - \mu_o - \frac{\partial F}{\partial K_o}} \quad (42)$$

De (41) e (42) obtém-se:

$$\boxed{\frac{\partial F}{\partial K_o} = \mu - \mu_o} \quad (43)$$

Usando (26) e (36) em (25) obtém-se:

$$\boxed{\dot{q}_L = (\delta - \beta)q_L + q \left( c - \frac{\partial F}{\partial L_o} \right) - p\alpha - u} \quad (44)$$

Finalmente, usando (26) e (35) em (18) obtém-se:

$$\frac{p}{q} = \frac{\partial u / \partial \alpha}{q} \Rightarrow \boxed{p = \frac{\partial u}{\partial \alpha}} \quad (45)$$



## III.2 SEGUNDA ANÁLISE

Substituindo o valor comum  $q$  de (26) em (27), (28) e (29); e rearrumando os termos:

$$\boxed{\frac{\partial F/\partial L_0}{h_i(D_i)(\partial F_i/\partial L_i)} = \frac{\partial F}{\partial E} - \frac{p_i}{q} \quad i = R, NR} \quad (46)$$

$$\boxed{\frac{\partial F/\partial L_0}{h_H(D)(\partial F_H/\partial L_H)} = \frac{\partial F}{\partial E} - \frac{p_D}{q}} \quad (47)$$

$$\boxed{\frac{\partial F/\partial L_0}{h_A(D)(\partial F_A/\partial L_A)} = \frac{\partial F}{\partial A} - \frac{\partial F}{\partial E} - \frac{p_D}{q}} \quad (48)$$

Igualando (28) e (29) obtém-se:

$$\frac{\partial F}{\partial E} - \frac{1}{h_H(D)} \left( \frac{\partial F/\partial L_0}{\partial F_H/\partial L_H} \right) = \frac{\partial F}{\partial A} - \frac{\partial F}{\partial E} - \frac{1}{h_A(D)} \left( \frac{\partial F/\partial L_0}{\partial F_A/\partial L_A} \right)$$

$$\boxed{\frac{\partial F}{\partial A} = 2 \frac{\partial F}{\partial E} + \frac{\partial F}{\partial L_0} \left( \frac{1}{h_A(D) \partial F_A/\partial L_A} - \frac{1}{h_H(D) \partial F_H/\partial L_H} \right)} \quad (49)$$

Dado (26) e:

Substituindo o valor de  $p_D$ , em (28), na equação (22.2) obtém-se:

$$\dot{q}_H = (\delta - \mu_H) q_H + q_H \left[ \frac{\partial F}{\partial E} - \left( \frac{\partial F/\partial L_0}{h_H(D)(\partial F_H/\partial L_H)} \right) - \frac{\partial F}{\partial E} \right] h_H(D) \frac{\partial F_H}{\partial K_H}$$

$$\boxed{\dot{q}_H = \left[ \delta - \mu_H - \frac{\partial F}{\partial L_0} \left( \frac{\partial F_H/\partial K_H}{\partial F_H/\partial L_H} \right) \right] q_H} \quad (50)$$

Substituindo o valor de  $p_A$ , em (29), na equação (23) para  $i = H$  obtém-se:

$$\dot{q}_A = (\delta - \mu_A) q_A + q_A \left[ \frac{\partial F}{\partial A} - \frac{\partial F}{\partial E} - \left( \frac{\partial F/\partial L_0}{h_A(D)(\partial F_A/\partial L_A)} \right) - \frac{\partial F}{\partial A} + \frac{\partial F}{\partial E} \right] h_A(D) \frac{\partial F_A}{\partial K_A}$$

$$\boxed{\dot{q}_A = \left[ \delta - \mu_A - \frac{\partial F}{\partial L_0} \left( \frac{\partial F_A/\partial K_A}{\partial F_A/\partial L_A} \right) \right] q_A} \quad (51)$$

Por (26) pode-se igualar (50) e (51)

$$\mu_H + \frac{\partial F}{\partial L_0} \left( \frac{\partial F_H / \partial K_H}{\partial F_H / \partial L_H} \right) = \mu_A + \frac{\partial F}{\partial L_0} \left( \frac{\partial F_A / \partial K_A}{\partial F_A / \partial L_A} \right)$$

$$\boxed{\frac{\partial F}{\partial L_0} = (\mu_H - \mu_A) \frac{TMST_H TMST_A}{TMST_H - TMST_A}} \quad (52)$$

onde  $TMST_i = \frac{\partial F_i / \partial L_i}{\partial F_i / \partial K_i}$  é a taxa marginal de substituição técnica do setor  $i = H, A$ .

De (27) tem-se que para  $i = R$  e  $NR$ :

$$p_i - \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial F}{\partial E} = -\frac{1}{h_i(D_i)} \left( \frac{\partial F / \partial L_0}{\partial F_i / \partial L_i} \right) \frac{\partial u}{\partial c}, \quad \text{substituindo em (22) e usando 26,}$$

$$\dot{q} = (\delta - \mu_i)q + \left( -\frac{1}{h_i(D_i)} \left( \frac{\partial F / \partial L_0}{\partial F_i / \partial L_i} \right) q \right) h_i(D_i) \frac{\partial F_i}{\partial K_i}$$

$$\dot{q} = (\delta - \mu_i)q - \frac{\partial F_i / \partial K_i}{\partial F_i / \partial L_i} \frac{\partial F_i}{\partial K_i} q \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{\dot{q}}{q} = \delta - \mu_i - \frac{1}{TMST_i} \frac{\partial F}{\partial L_0}} \quad (53)$$

onde  $TMST_i = \frac{\partial F_i / \partial L_i}{\partial F_i / \partial K_i}$  é a taxa marginal de substituição técnica do setor  $i$ . Pela inspeção das

relações (50) e (51), levando em conta o uso da relação (26), conclui-se que a relação (53) é válida

para todo  $i$  ( $i = R, NR, H, A$ )

Usando (53) para dois  $i$ 's distintos, por exemplo  $i=R$  e  $i=H$  obtém-se:

$$-\mu_R - \frac{1}{TMST_R} \frac{\partial F}{\partial L_0} = -\mu_H - \frac{1}{TMST_H} \frac{\partial F}{\partial L_0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{\partial F}{\partial L_0} = \frac{(\mu_H - \mu_R) TMST_H TMST_R}{TMST_H - TMST_R}} \quad (54)$$

De (24), usando (26), obtém-se:

$$\frac{\dot{q}}{q} = \delta - \mu_0 - \frac{\partial F}{\partial K_0}, \quad \text{igualando a (53), para algum } i, \text{ obtém-se:}$$

$$\boxed{\frac{\partial F}{\partial K_0} = \mu_i - \mu_0 + \frac{1}{TMST_i} \frac{\partial F}{\partial L_0}} \quad (55)$$

Usando (18) e (26) em (25) obtém-se:

$$\boxed{\dot{q}_L = (\delta - \beta)q_L + q\left(c - \frac{\partial F}{\partial L_0}\right) - \alpha \frac{\partial u}{\partial \alpha} - u} \quad (56)$$

Usando (27) em (20) obtém-se:

$$\dot{p}_i = \delta p_i + \left(\frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial F/\partial L_0}{\partial E_i/\partial L_i} - \frac{\partial u}{\partial c} \frac{\partial F}{\partial E}\right) \frac{\partial E_i}{\partial D_i}$$

usando (26):

$$\boxed{\dot{p}_i = \delta p_i - q \frac{\partial F}{\partial L_0} \frac{\partial E_i/\partial D_i}{\partial E_i/\partial L_i}} \quad (57)$$

Finalmente, usando-se (28) e (29) respectivamente na primeira e segunda aparição do termo  $p_D$  na equação (21) obtém-se:

$$\dot{p}_D = \delta p_D + \frac{\partial u}{\partial c} \left(\frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F/\partial L_0}{\partial E_H/\partial L_H} - \frac{\partial F}{\partial E}\right) \frac{\partial E_H}{\partial D} + \frac{\partial u}{\partial c} \left(\frac{\partial F}{\partial A} - \frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F/\partial L_0}{\partial A/\partial L_A} + \frac{\partial F}{\partial E} - \frac{\partial F}{\partial A}\right) \frac{\partial A}{\partial D}$$

usando (26):

$$\boxed{\dot{p}_D = \delta p_D - q \frac{\partial F}{\partial L_0} \left(\frac{\partial E_H/\partial D}{\partial E_H/\partial L_H} + \frac{\partial A/\partial D}{\partial A/\partial L_A}\right)} \quad (58)$$

# BIBLIOGRAFIA

---

- ABRAVA – Associação Brasileira de Refrigeração, Ar Condicionado, Ventilação e Aquecimento. O Aquecedor Solar de Água para o Setor Elétrico e para o Usuário Final. São Paulo, 1996a.
- \_\_\_\_. Associação Brasileira de Refrigeração, Ar Condicionado, Ventilação e Aquecimento. Manual Técnico Básico de Aquecimento Solar ABRAVA. São Paulo, 1996b.
- ANEEL [CD – ROM]: O Estado das Energias Renováveis no Brasil: Fórum Permanente de Energias Renováveis, 1998.
- ARROW, K. J. The Economic Implications of Learning by Doing. *Review of Economic Studies*, 1969. XXIX v., p. 155-173.
- BATABYAL, Amitrajeet A. The Queuing Theoretic Approach to Groundwater Management. *Economic Research Institute Study Paper*. Sept. 1995. p. 95-14.
- BEHRMAN, Daniel. Solar Energy: The Awakening Science. London, UK: Routledge & Kegan Paul, 1979.
- BELLMAN, Richard E. Dynamic Programming. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1957.
- BEN1997 – BALANÇO ENERGÉTICO NACIONAL 1997. Brasília: Ministério das Minas e Energia (Brasil), 1997.
- BEN1998 – BALANÇO ENERGÉTICO NACIONAL 1998. Brasília: Ministério das Minas e Energia (Brasil), 1998.
- BUREAU OF ECONOMIC ANALYSIS (USA). Accounting for mineral resources: Issues and BEA's initial estimates. *Survey of Current Business*, 1994. 74(4) v., p. 50-72.

- BURMEISTER, Edwin. *Capital Theory and Dynamics*. Cambridge University Press, 1980.  
Cap. 1, 2, 3, 4, 5 ; p.1-211.
- CAMPELLO DE SOUZA, Fernando. *Sistemas de Controle Auto Adaptativos*. Notas de Aula do curso de especialização em Sistemas de Controle (Section Spéciale d'Automatique). Toulouse, França : École Nationale Supérieure d'Electronique, d'Informatique et d'Hydraulique de Toulouse (ENSEEIH), 1970.
- \_\_\_\_. Aspectos Econômicos da Energia Solar. Recife, 1985. Mimeo.
- \_\_\_\_. Energia Solar no Hotel Marinas de Tamandaré. Relatório de Consultoria. Recife, 24 fev. 1986.
- \_\_\_\_. Decisões Racionais em Situações de Incerteza. Tese (Professor Titular). Recife: UFPE, Departamento de Eletrônica e Sistemas, 1993.
- \_\_\_\_. Notas de aula do curso de sistemas dinâmicos. Recife: UFPE, Departamento de Eletrônica e Sistemas, 1996.
- \_\_\_\_. Introdução do Aquecimento Solar na Matriz Energética. Recife, 1997. Projeto de Pesquisa CNPq. Não publicado.
- CASTRO, Steve de e PEREIRA, Claudiney M. Crescimento Econômico Endógeno e Recursos Naturais Exauríveis. *Anais do XVIII Encontro Brasileiro de Econometria*. Águas de Lindóia - SP, 11-13 dez. 1996. 1 v. p. 145-163.
- CHIANG, Alpha C. *Elements of Dynamics Optimization*. Mc Graw - Hill, 1992. P. 159-313
- CRABBE, Phillippe J. The Contribution of L.C.Gray to the Economic Theory of Exhaustible Natural Resources and Its Roots in the History of Economic Thought. *Journal of Environmental Economics and Management*. Sept. 3, 1983. p. 95-220
- DASGUPTA, Partha. & HEAL, Geoffrey M. The Optimal Depletion of Exhaustible Resources. *The Review of Economic Studies*. Symposium, 1974. p. 3-28.

- DAVIDSON, Jane and WOOD Byard. Solar Hot Water for the Home. *Mechanical Engineering*. Aug. 1996. p. 60-63.
- DAVIS, Graham A. and MOORE, David J. Valuing mineral reserves when capacity constrains production. *Economics Letters*, 1998. 60 v. p. 121-125
- DIÁRIO LEGISLATIVO do Estado de Minas Gerais. Reuniões dos anos de 1994 e 1997
- DINAR, Ariel, ROSEGRANT, Mark W. and MEINZEN-DICK, Ruth. Water allocation mechanisms – principles and examples. A publication of World Bank, 1998.
- DORF, Richard C. Energy, Resources & Policy. Massachusetts, Califórnia – USA: Addison-Wesley Publishing Company, 1978. Cap1. p.1-12.
- DORFMAN, Robert. An Economic Interpretation of Optimal Control Theory. *The American Economic Review*. Dec. 1969. LIX v., n. 5, p.817-831
- DUARTE, Jodeval. Transposição das água do São Francisco vai se tornar realidade. *Jornal do Comércio*, Recife, 13 fev. 1998.
- EDMONDS, Jae e REILLY, John M. Global Energy Assessing the Future. New York-USA: Oxford University Press, 1985. Cap. 1-5. p. 3-64.
- ENDRESS, Lee H. and ROUMASSET, James A. Golden Rules for Sustainable Resource Management. *The Economic Record*. September 1994. 70 v., n. 210, p. 267-277
- ENGLAND, Richard W. Three reasons for investing now in fossil fuel conservation: Technological lock-in, institutional inertia, and oil wars. *Journal of Economics Issues*. Sept. 1994. p.755-772.
- FARZIN, Y. H. Optimal saving policy for exhaustible resource economies. *Journal of Development Economics*, 1999. 58 v., p. 149-184.
- FIDELES DA SILVA, Neilton. Conservação de Energia Elétrica no Setor Residencial: Um Fator de Qualidade. Rio Grande do Norte. Setembro 1997. *Revista da ETRN*, Ano 13, 2 v.

- GELDROOP Jan H van, WITHAGEN, Cees A.A.M. General equilibrium in an economy with exhaustible resources and an unbounded horizon, *Journal of Economic Dynamics And Control*, 1994. (18)5 v. , p. 1011-1035
- \_\_\_\_\_. General equilibrium and international trade with exhaustible resources, *Journal of International Economics*, 1993. (34)3-4 v., p. 341-357.
- GEORGESCU-ROEGEN, Nicholas. Energy Analysis and Valuation. *Southern Economic Journal*, 4 Apr 1979.
- \_\_\_\_\_. The Promethean Condition of Viable Technologies. *Materials and Society*, 1983. p. 425-435.
- \_\_\_\_\_. The Interplay Between Institutional and Material Factors: The Problems and Its Status. In *Barriers to Full Employment*. London – UK, Macmillan, 1988. p. 297-326.
- GLEIK, P. H. Water and Conflict. Fresh Water Resources and International Security. *International Security*, 1993. 18 (1) v., p. 79-112
- GOLDEMBERG, José. Energia no Brasil. Rio de Janeiro: LTC, 1979.
- GRAY, L.C. Rent under the Assumptions of Exhaustibility. *Quarterly Journal of Economics*, 1914. 28 v. p. 466-489.
- GROSSMAN, G.M. & HELPMAN, E. Quality Ladders in the Theory of Growth, *Review of Economic Studies*, 1991. 58 v., p. 43-61.
- HOTELLING, Harold. The Economics of Exhaustible Resources. *Journal of Political Economy*. Apr. 1931. 39 v., n. 2., p. 124-142.
- HUNT, E.K. & SHERMAN, Howard J. História do Pensamento Econômico. 12 ed. Rio de Janeiro - Brasil: Editora Vozes Ltda, 1994.
- INTRILIGATOR, Michael D. Mathematical Optimization and Economic Theory. Englewood cliffs, NJ: Prentice - Hall, 1971. Part 4, Cap11, p. 291-302; Cap 14, p. 344-362. Part 5, Cap 16, p. 398-435.

- IYANAGA, S. and KAWADA, Y. (Eds.) Pontrjagin's Maximum Principle. §88C in *Encyclopedic Dictionary of Mathematics*. Cambridge, MA: MIT Press, 1980. p. 295-296
- KRAUTKRAEMER, Jeffrey A. Nonrenewable Resource Scarcity. *Journal of Economic Literature*. Dec. 1998. XXXVI v., p. 2065-2107.
- KRULCE, Darrell L., ROUMASSET, James A., WILTON, Tom. Optimal Management of Renewable and Replaceable Resource: The Case of Coastal Groundwater. *American Journal of Agricultural Economics*. Nov. 1997. 79 v., p. 1218-1228.
- LEITE, Antônio Dias. A Energia do Brasil: Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997.
- LOVEJOY, Derek. Limits to Growth? *Science & Society*, 1996. 60 v., n 3, p.266-278.
- LOZADA, Gabriel A. Existence of equilibria in exhaustible resource industries. *Journal of Economic Dynamics And Control*, 1996. (20)1-3 v., p. 433-444
- LUNDE, Peter J. Solar Thermal Engineering Space Heating e Hot Water Systems. New York, USA: John Wiley & Sons, 1980.
- MATOS, Eduardo Lima de. A nova lei de recursos hídricos é um desafio para o Terceiro Milênio. UFSE, 1997.
- MONTENEGRO, Bianca. Chesf já paga pela água do S.Francisco. *Jornal do Comércio*, Recife, 18 jan. 1998.
- NORDHAUS, W.D. The allocation of energy resource. *Brookings Papers on Economic Activity*, 1973. 3 v.
- PINDYCK, Robert S. The optimal exploration and production of nonrenewable resource, *Journal of Political Economy*, 1978. 86 v., n. 5, p. 841-861
- RIBEIRO FILHO, Ary Pinto. Prováveis características estratégicas básicas da indústria de energia elétrica no novo cenário institucional: o caso do sistema interligado do norte – nordeste brasileiro. Tese (Mestrado em Administração). Recife: UFPE, 1997.



- ROMER, Paul M. Increasing Returns and Long-Run Growth. *Journal of Political Economy*, 1986. 94 v., n. 5, p. 1002-1037.
- SALANT, Stephen W. The economics of natural resource extraction: A primer for development economists. *The World Bank Observer*. Washington, Feb. 1995.
- SCJWARTZMAN, David. Solar Communism. *Science & Society*, 1996. 60 v., n. 3, p. 307-331
- SHAH, Farhed A.; ZILBERMAN, David; and CHAKRAVORTY, Ujjayant. Technology Adoption in the Presence of an Exhaustible Resource: The Case of Groundwater Extraction. *American Journal of Agricultural Economics*. May 1995. 77 v., p. 291-299.
- SICSÚ, Abraham Benzaquen. A Questão Energética no Contexto do Desenvolvimento Brasileiro. Tese (Doutorado em Economia). São Paulo: Universidade Estadual de Campinas, 1985.
- SIMONSON, J. R. Computing Methods in Solar Heating Design. London, UK: Macmillan Press, 1984.
- SLADE, Margaret E. Natural Resource, Population Growth, and Economic Well-Being: Issues and Evidence. *Population Growth and Econ. Development*. D. Gale Johnson and Ronald D. Lee, eds. Madison, Wisconsin: U. Wisconsin Press, 1987. p. 331-372.
- SOLOW, R.M. Intergenerational Equity and Exhaustible Resources. *Review of Economic Studies*, 1974. Symposium. p. 29-45.
- STAMFORD DA SILVA, Artur. A Decisão Judicial: Dogmatismo e Empirismo. Tese (Mestrado em Direito). Recife: UFPE, 1998. Cap7, p. 61-74.
- STIGLITZ, Joseph. Growth with Exhaustible Natural Resources: Efficient and Optimal Growth. *Review of Economic Studies*, 1974a. Symposium. p. 123-137.
- \_\_\_\_\_. Growth with Exhaustible Natural Resources: The Competitive Economy. *Review of Economic Studies*, 1974b. Symposium. p. 139-152.

- SUASSUNA, João. Transposição do Rio São Francisco: Possibilidades Técnicas versus Vontade Política: Recife: Fundação Joaquim Nabuco, 1997.
- THEIS, Ivo M. Limites Energéticos do Desenvolvimento, Blumenau: Ed. da FURB, 1996.
- U.S. DEPARTMENT OF ENERGY. *Renewable Energy Annual*. Washington, DC 20585, Oct. 1997. 1 v.
- WALLEY, Peter e CAMPELLO DE SOUZA, Fernando. Uncertainty and Indeterminacy in Assessing the Economic Viability of Energy Options: A Case Study of Solar Heating Systems in Brazil. *Energy Systems and Policy*. Taylor & Francis, 1990. 14 v., p. 281-304.
- WHITAKER, Randall. Autopoiese e Atuação. Tradução de Cristina Magro (UFMG) e Antônio Marcos Pereira (UFBA), [online]. 1996. Disponível: <http://www.lcc.ufmg.br/autopoiese.htm> [capturado em 5 mar. 1998].
- WILLIAMS, J. Richard. Solar Energy Technology and Applications. *Ann Arbor Science Publishers, Inc.* 1975.
- YAKOWITZ, Sidney J. Computational Probability and Simulation. USA: Addison - Wesley Publishing Company Massachusetts, 1977. p.41- 44.
- YANG, Zili. Optimal exporting of exhaustible resources with endogenous trade revenue: The case of a resource-scarce and capital-short economy. *Resource and Energy Economics*, 1995. (17) 4 v., p. 379-404
- YOUNG, Robert A. Measuring Economics Benefits of the Policies and Investment for Water. September 1996. *World Bank Technical Paper*. n. 338.